

Etude des échangeurs air-sol par la méthode convolutive des facteurs de réponse.

Pierre Tittlein¹, Gilbert Achard¹, Etienne Wurtz¹

¹ INES-RDI, LOCIE, Université de Savoie, 27 rue Marcoz, BP 1104,
73011 Chambéry, FRANCE,
pierre.tittlein@univ-savoie.fr

RESUME. Ce papier propose un modèle numérique d'échangeur air-sol (puits canadien) basé sur un découpage du problème en tranches perpendiculaires au tube de l'échangeur. Dans chaque tranche, le problème conductif est résolu par la méthode des facteurs de réponse pour réduire le temps de calcul. Les facteurs de réponse sont calculés à partir d'un logiciel qui résout le problème 2D par élément fini. On déduit ainsi dans chaque tranche le flux qui arrive au niveau du tube en fonction de la température d'air intérieur et des sollicitations extérieures. Un bilan le long du tube est alors réalisé pour connaître la température de sortie de l'air. Le modèle est ensuite comparé à un modèle analytique.

MOTS-CLÉS : puits canadien, simulation, facteur de réponse.

ABSTRACT. This paper shows a numerical model of earth-to-air exchanger. The problem is divided into brackets that are perpendicular to the exchanger pipe. In each bracket, the conductive problem is solved by response factor method in order to reduce the calculation time. Each response factor is calculated thanks to a finite element program that solves 2D conduction problem. Flux entering the pipe is deduced on each bracket depending on the inside air and the external solicitations. A flux balance along the pipe is then realised in order to obtain the outlet air temperature. This model is at last compared to an analytical model.

KEYWORDS: earth-to-air exchanger, simulation, response factor.

1. INTRODUCTION

Le principe d'un échangeur air-sol (appelé en France puits canadien ou encore puits provençal) est simple. On fait passer l'air de renouvellement, avant qu'il n'entre dans la maison, dans un tube enterré. En hiver, l'air est ainsi préchauffé car le sol est plus chaud que l'air extérieur et en été, l'air est rafraîchi car c'est le phénomène inverse qui se produit. Ce type d'installation existe depuis des millénaires. Les échangeurs air-sol étaient déjà utilisés à l'époque des romains. Ce système très séduisant d'un premier abord car très simple s'avère être beaucoup moins efficace qu'une ventilation double flux en hiver (Chlela et al., 2007). Par contre, il peut servir à remplacer la résistance électrique qui sert de dégivrage en étant placé en série avec l'échangeur double flux. En outre, il a un bon potentiel pour le rafraîchissement en été. De nombreux modèles d'échangeurs air-sol ont été développés récemment. Il existe des modèles analytiques ainsi que des modèles numériques.

Parmi les **modèles analytiques**, on peut trouver des modèles simples (Tzaferis et al., 1992; Serres et al., 1997; De Paepe et al., 2003; Ghosal et al., 2006; Tiwari et al., 2006) dans lesquels on considère que la température est uniforme le long de la surface extérieure du tube. On prend en compte alors la résistance thermique du tube et on relie la température extérieure du tube à la température qu'aurait le sol en l'absence d'échangeur air-sol. La température de sol est évaluée analytiquement par la résolution 1D bien connue de l'équation de la chaleur dans un milieu semi infini ou encore prise

constante chaque mois. La température en sortie du tube est évaluée elle aussi analytiquement par une expression qui la relie à la température d'entrée, à la température de surface du tube et qui fait intervenir une exponentielle décroissante en fonction de la longueur du tube. Un modèle analytique plus élaboré (Hollmuller, 2003) considère qu'une partie du sol autour du tube est sollicitée par l'échangeur. Il utilise la résolution de l'équation de la chaleur en cylindrique et la décomposition des sollicitations en séries de Fourier. Une condition aux limites adiabatique ou à température imposée est envisagée à la périphérie du volume de sol cylindrique qui est influencé et dont les dimensions sont données a priori. Un autre modèle (Soontornchainacksaeng, 1993) prend en compte le problème de conduction 2D complet sans simplification géométrique. La méthode des sources miroir est alors utilisée pour la résolution analytique.

Parmi les **modèles numériques**, certains considèrent que seul une partie du sol est influencée par l'échangeur (Mihalakakou et al., 1994; Thiers et al., 2008). Le premier considère des mailles cylindriques autour d'un tube unique. Le recollement est ensuite réalisé en surface de la dernière maille avec la température du sol non perturbé. Le second peut prendre en compte l'interaction de plusieurs tubes sur une même nappe en comparant la distance entre les tubes et la profondeur de pénétration définie par Hollmuller (2003). Si les tubes sont trop proches, une maille englobante prend en compte les interactions. D'autres modèles numériques prennent en compte la géométrie complète du problème en 2D (Bojic et al., 1997) voire en 3D (Boulard et al., 1989; Hollmuller, 2002) par éléments finis ou différence finies. Le modèle présenté dans ce papier se place dans la catégorie de ceux qui résolvent le problème de conduction en 2D. L'originalité est de proposer en plus une méthode de réduction du problème grâce à la méthode convolutive des facteurs de réponse. La première partie présentera le modèle tandis que la seconde montrera une comparaison de ses résultats avec ceux fournis par le modèle analytique de Hollmuller (2003).

2. PRESENTATION DU MODELE ADOPTE

On réalise une discrétisation du système en n tranches perpendiculaires au tube enterré et d'épaisseur Δx .

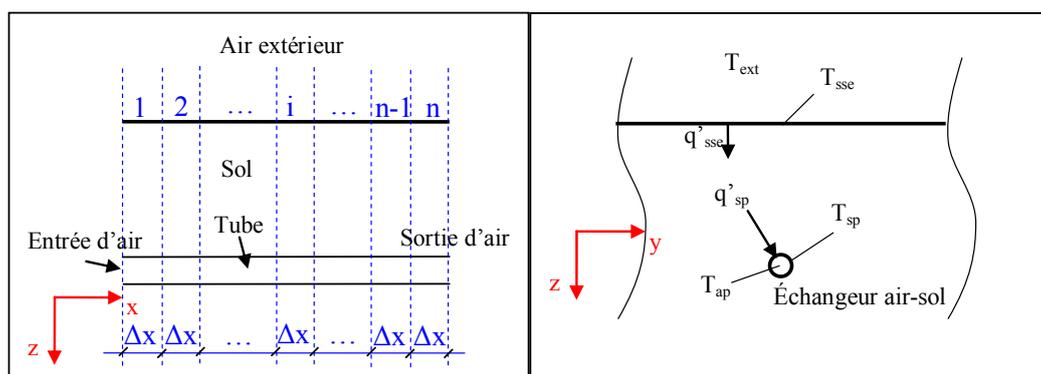


Figure 1.a : Discretisation de l'échangeur air-sol. Figure 1.b : Notations adoptées sur une tranche

Pour chaque tranche, on cherche à évaluer le flux de chaleur q'_{sp} qui entre dans le tube (en W/m) en fonction de la température extérieure T_{ext} et de la température de l'air au sein du tube T_{ap} . Pour évaluer ce flux, on découple les transferts conductifs des autres transferts de chaleur. Le flux conductif est

donc calculé à partir des températures de surface du tube T_{sp} et du sol T_{sse} . Ces deux températures sont calculées à partir d'un bilan de flux en surface.

2.1. BILAN THERMIQUE EN SURFACE DU TUBE

La température étant considérée comme uniforme en surface du tube sur chaque tranche et en négligeant l'absorption du rayonnement par l'air à l'intérieur du tube, on considèrera ici qu'il n'y a aucun échange radiatif à la surface interne du tube. Le bilan d'énergie se réduit donc à un flux conductif d'un côté et un flux convectif de l'autre. L'équation bilan est donc la suivante :

$$q'_{sp} = h_{cp} \cdot \pi \cdot D \cdot (T_{sp} - T_{ap}) \quad [1]$$

Pour évaluer le coefficient d'échange convectif « h_{cp} », il faut connaître les caractéristiques de l'écoulement à l'aide des nombres adimensionnés qui le caractérisent (nombres de Reynolds, Prandtl, Nusselt). Un grand nombre de corrélations ont été utilisés par différents auteurs pour relier ces trois coefficients et ainsi en déduire le coefficient d'échange superficiel par convection. Nous retiendrons ici la formulation simplifiée (équation 2) proposée par Hollmuller (2002).

$$Nu = 0,214 \cdot (Re^{0,8} - 100) \cdot Pr^{0,4} \quad [2]$$

A l'aide de ces équations, on peut alors caractériser les échanges convectifs en surface du tube.

2.2. BILAN THERMIQUE EN SURFACE DU SOL

En surface du sol, on considère les échanges par rayonnement Courte Longueur d'Onde (CLO) et Grande Longueur d'Onde (GLO) ainsi que les échanges par convection. Certains auteurs prennent également en compte les échanges latents dans ce bilan (Hollmuller, 2002; Badescu, 2007; Thiers et Peuportier, 2008). Dans un premier temps, ce paramètre n'a pas été pris en compte dans notre étude. Le bilan s'écrit donc de la façon suivante :

$$q'_{sse} = (q''_{conv} + q''_{clo} + q''_{glo}) \cdot L_{infl} \quad [3]$$

Le flux GLO est évalué par la méthode des radiosités. Le flux CLO considéré est issu de la somme des flux directs et diffus pondérés par les absorptivités correspondantes de la surface du sol. Le flux convectif est quant à lui évalué classiquement à l'aide d'un coefficient d'échange convectif. Cette équation fait apparaître une longueur d'influence car le terme conductif s'exprime en W/m alors que les termes convectif et radiatifs sont des flux surfaciques en W/m². Le choix de cette longueur d'influence est détaillé par la suite.

2.3. RESOLUTION DU PROBLEME CONDUCTIF PAR LA METHODE DES FACTEURS DE REPONSE

Un facteur de réponse représente le flux (ici en W/m) répondant à une sollicitation en température triangulaire de hauteur unitaire (telle que présentée à la figure 2) sur l'une des frontières tout en laissant les autres frontières à température nulle. Dans notre cas, les deux frontières considérées sont la surface du sol et la surface intérieure de l'échangeur air-sol (on peut ainsi prendre en compte la résistance du tube). Pour la configuration donnée ici, les facteurs de réponse à calculer sont au nombre de trois.

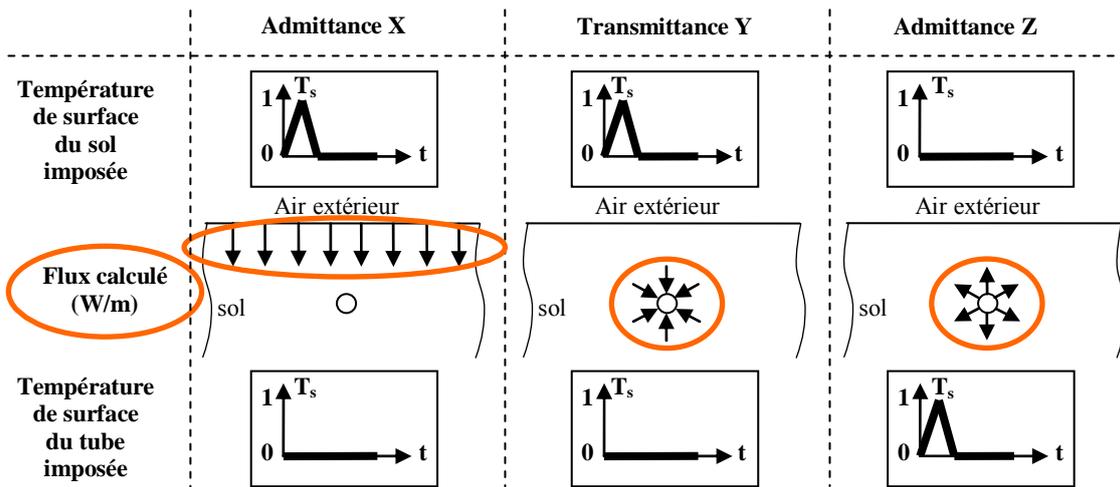


Figure 2 : Sollicitations et réponses à considérer pour les calculs de facteurs de réponse

L'admittance X qui représente le flux en surface du sol pénétrant dans le sol et répondant à la sollicitation en surface du sol de forme triangulaire et d'amplitude 1°C (voir figure 2). L'admittance Z qui représente le flux gagné par l'échangeur air-sol et répondant à une sollicitation triangulaire au même endroit. La transmittance Y peut, quant à elle, être calculée de deux manières. On peut soit imposer une variation triangulaire de température en surface du sol et recueillir le flux en surface intérieure du tube, soit imposer une variation triangulaire de température en surface intérieure du tube et recueillir le flux en surface sol. La réciprocité des transferts de chaleur nous enseigne que ces deux résultats seront identiques. Pour ce calcul, on peut choisir un pas de temps de sollicitation différent de celui de chaque admittance.

Sur la base de la structure 2D définie sur la figure 1b, on utilisera un logiciel de calcul de conduction dynamique aux éléments finis (COMSOL 3.4) pour évaluer les facteurs de réponse du système. Les résultats obtenus avec COMSOL sur un exemple particulier sont présentés à la figure 3.

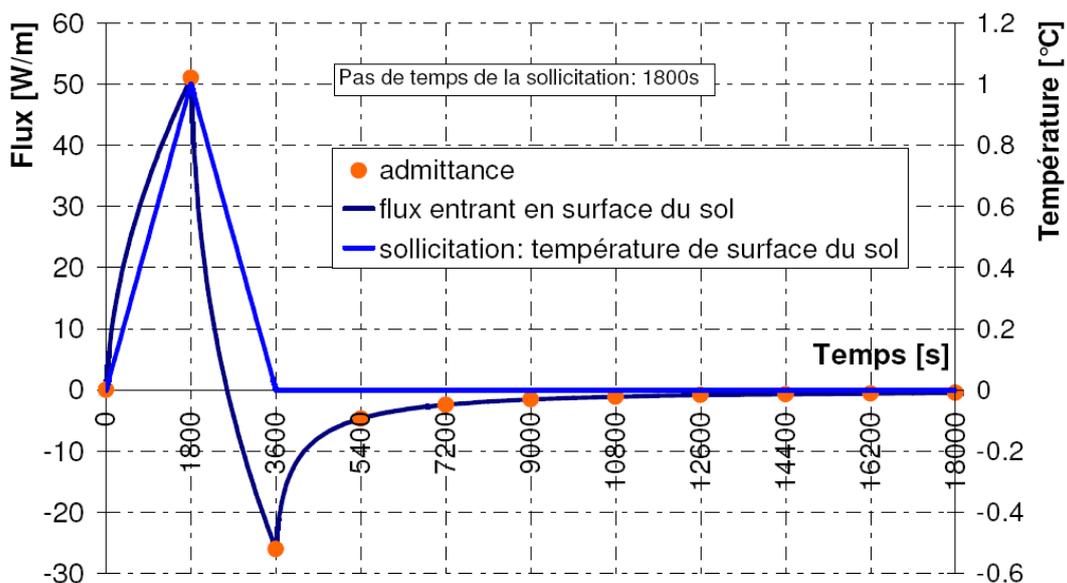


Figure 3 : Exemple de facteurs de réponse (admittance X) calculés avec COMSOL

Pour pouvoir utiliser les résultats des facteurs de réponse, il faut décomposer les sollicitations (température de surface du tube et du sol) en sollicitations élémentaires (voir figure 4).

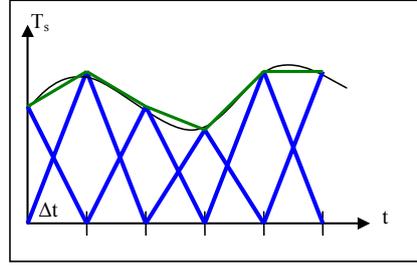


Figure 4. : Décomposition des sollicitations en sollicitations triangulaires élémentaires

On peut alors recomposer les signaux de sortie (flux linéique en surface du tube et en surface du sol) par superposition :

$$q'_{sp}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} Y[i] \cdot T_{sse}(t - i \cdot \Delta t_y) - \sum_{i=0}^{\infty} Z[i] \cdot T_{sp}(t - i \cdot \Delta t_z) \quad [4]$$

$$q'_{sse}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} X[i] \cdot T_{sse}(t - i \cdot \Delta t_x) - \sum_{i=0}^{\infty} Y[i] \cdot T_{sp}(t - i \cdot \Delta t_y) \quad [5]$$

Le problème de cette recomposition réside dans le fait que l'on doit réaliser des sommes infinies. Comme c'est impossible numériquement, il faut trouver une solution pour faire des sommes finies tout en gardant une bonne précision. Peavy (1978) propose d'utiliser la propriété des facteurs de réponse qui est, qu'à partir d'un certain rang, ils respectent une progression géométrique. Ce rang augmente avec la plus grande constante de temps du système étudié. Dans notre cas, cette constante est tellement grande que l'on ne voit pas forcément apparaître de progression géométrique. Une autre solution pour réduire la somme infinie est de l'arrêter à un certain rang n et d'estimer le reste. C'est ce qui est fait ici. Pour estimer ce reste, on utilise une autre propriété des facteurs de réponse qui est le fait que la somme des termes de la transmittance Y (idem respectivement pour les admittances X et Z) est égale à la conductance du système en régime permanent (respectivement son opposé). On peut alors montrer que le flux arrivant dans le tube peut se mettre sous la forme :

$$q'_{sp}(t) = \sum_{i=0}^{n_y} Y[i] \cdot T_{sse}(t - i \cdot \Delta t_y) + \overline{T_{sse}} \cdot \left(K - \sum_{i=0}^{n_z} Y[i] \right) - \sum_{i=0}^{n_z} Z[i] \cdot T_{sp}(t - i \cdot \Delta t_z) - \overline{T_{sp}} \cdot \left(K - \sum_{i=0}^{n_z} Z[i] \right) \quad [6]$$

Le même type d'expression est trouvé pour calculer le flux en surface du sol. Dans cette expression, on fait apparaître la conductance « K » du système qui est évaluée par un calcul en régime permanent avec deux températures de surface imposées sur la géométrie dont on se sert aussi pour évaluer les facteurs de réponse. On profite d'ailleurs de ce calcul pour recueillir la répartition du flux en surface en régime permanent et définir la longueur d'influence qui intervient dans l'équation 3 comme étant la longueur pour laquelle 90% du flux est entré dans le sol. On peut voir dans cette expression que le reste de la somme est estimé comme étant la moyenne de la température de

sollicitation « \bar{T} » multiplié par la valeur exacte de la somme des termes des facteurs de réponse de rang supérieur à « n ».

2.4. BILAN THERMIQUE LE LONG DU TUBE

A chaque tranche de sol, on associe une maille d'air contenu dans le tube. Le bilan des flux sur une maille, en négligeant le stockage d'énergie dans l'air peut s'écrire de cette façon :

$$q'_i \cdot \Delta x + \rho_{air} \cdot S \cdot C_{p_{air}} \cdot u \cdot \left(T_{i-\frac{1}{2}} - T_{i+\frac{1}{2}} \right) = 0 \quad [7]$$

Les températures intervenant dans la formule sont les moyennes des températures des mailles qui les entourent. « u » représente la vitesse d'air et « S » la section du tube. En appliquant ce bilan à toutes les mailles, on peut en déduire la température de soufflage en sortie du tube.

3. COMPARAISON A UN MODELE ANALYTIQUE

Le système étudié est un échangeur à un tube de 20 mètres de long, de 10 centimètres de rayon et enterré à 2 mètres de profondeur. Il est mis en place dans un sol homogène. Pour valider notre modèle, celui-ci a été comparé au modèle analytique de Hollmuller (2003) implémenté dans un programme appelé BuriedPipes®. Pour pouvoir comparer les résultats précisément, deux sollicitations sont étudiées. Ces sollicitations sont des variations de température d'entrée d'air sinusoïdales dans le tube de périodes 1 jour et 1 an. Ainsi, le résultat analytique est donné exactement par le modèle analytique (pour un signal quelconque, la décomposition en séries de Fourier permettrait d'obtenir un résultat approché). On obtient alors les résultats suivants :

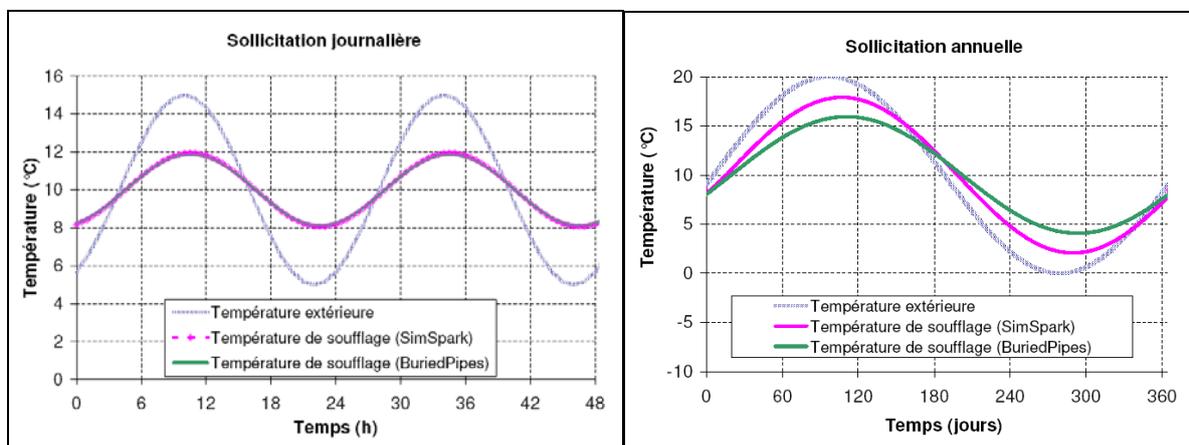


Figure 5 : Comparaison des températures de sortie du tube avec un modèle analytique

Concernant la sollicitation journalière, on se rend compte que le modèle numérique correspond parfaitement à la courbe issue du modèle analytique alors que pour la sollicitation annuelle, les deux courbes n'ont pas tout à fait le même déphasage par rapport à la température d'entrée et n'ont pas non plus le même amortissement. Pour comprendre d'où viennent ces écarts, il faut regarder d'un peu plus près le modèle de Hollmuller. Celui-ci montre que la profondeur de pénétration « δ » qui correspond à la réduction de 63% de l'amplitude d'un signal sinusoïdal de période « P » peut valablement être estimée par une relation issue d'un raisonnement en conduction plane :

$$\delta = \sqrt{\frac{a \cdot P}{\pi}} \quad [8]$$

« a » étant la diffusivité du sol (ici $7,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). On trouve donc une profondeur de pénétration de 15 cm pour un signal de période 1 jour. Ainsi, à 75 cm de distance du tube ($5 \cdot \delta$), l'amplitude du signal a diminué de 99%. L'influence d'une sollicitation en surface du sol est donc très faible. C'est pourquoi on retrouve le même résultat avec les deux modèles. Par contre, pour une période d'un an, la profondeur de pénétration est de 2,85 m. On se rend compte que cette profondeur de pénétration est supérieure à la distance entre le tube et le sol. Ce modèle analytique ne permet donc pas de prendre en compte correctement la réponse à des signaux d'amplitude annuelle, c'est pourquoi on trouve un écart entre les deux modèles dans ce cas.

4. DISCUSSION SUR LE MODELE

Le premier intérêt du modèle réside dans le fait que le **temps de simulation** est fortement **réduit** par rapport à une simulation complète dynamique qui aurait une précision similaire. Avec un ordinateur de bureau classique (processeur double cœur 2,13 GHz, 3 Go de RAM), pour une simulation annuelle avec un pas de temps d'une demi heure et une discrétisation longitudinale en 10 mailles, on obtient un temps de calcul de l'ordre du quart d'heure. Ce modèle peut, de plus, prendre en compte la géométrie exacte du système à étudier. En effet, le calcul des facteurs de réponse étant réalisé à l'aide d'un logiciel qui procède par éléments finis, le sol peut être stratifié avec des caractéristiques thermo-physiques différentes dans chaque couche. On peut prendre en compte l'excavation qui a permis de placer le tube et qui a ensuite été remblayée avec un matériau qui peut être différent de celui du sol en place. On considère ainsi la véritable inertie apportée par le sol et non une partie du sol sans pour autant avoir à faire un calcul 3D dynamique tout au long de la période étudiée. Ce modèle demande encore à être validé expérimentalement ou à l'aide d'un modèle numérique plus précis.

5. CONCLUSION

Dans ce papier nous avons donc présenté un modèle d'échangeur air-sol permettant de prendre en compte n'importe quelle géométrie et n'importe quels paramètres thermo-physiques de sol. Ce modèle est réduit par la méthode des facteurs de réponses ce qui permet d'obtenir des temps de calculs assez faibles. Une comparaison entre ce modèle et un modèle analytique a été réalisée et montre une bonne cohérence des résultats dans la limite de validité du modèle théorique analytique.

6. BIBLIOGRAPHIE

- Badescu, V. (2007). "Simple and accurate model for the ground heat exchanger of a passive house." *Renewable Energy* **32**(5): 845-855.
- Bojic, M., N. Trifunovic, G. Papadakis and S. Kyritsis (1997). "Numerical simulation, technical and economic evaluation of air-to-earth heat exchanger coupled to a building." *Energy* **22**(12): 1151-1158.

- Boulard, T., E. Razafinjohany and A. Baille (1989). "Heat and water vapour transfer in a greenhouse with an underground heat storage system part II. Model." *Agricultural and Forest Meteorology* **45**(3-4): 185-194.
- Chlela, F., A. Husaunndee, C. Inard and P. Riederer (2007). "Numerical evaluation of earth to air heat exchangers and heat recovery ventilation systems." *The International journal of ventilation* **6**(1).
- De Paepe, M. and A. Janssens (2003). "Thermo-hydraulic design of earth-air heat exchangers." *Energy and Buildings* **35**(4): 389-397.
- Ghosal, M.K. and G.N. Tiwari (2006). "Modeling and parametric studies for thermal performance of an earth to air heat exchanger integrated with a greenhouse." *Energy Conversion and Management* **47**(13-14): 1779-1798.
- Hollmuller, P. (2002). *Utilisation des échangeurs air/sol pour le chauffage et le rafraîchissement des bâtiments. Mesures in situ, modélisation analytique, simulation numérique et analyse systémique.* Thèse de doctorat. Faculté des Sciences de l'Université de Genève. Genève: 176 p.
- Hollmuller, P. (2003). "Analytical characterisation of amplitude-dampening and phase-shifting in air/soil heat-exchangers." *International Journal of Heat and Mass Transfer* **46**(22): 4303-4317.
- Mihalakakou, G., M. Santamouris and D. Asimakopoulos (1994). "Modelling the thermal performance of earth-to-air heat exchangers." *Solar Energy* **53**(3): 301-305.
- Peavy, B.A. (1978). "A note on response factors and conduction transfer functions." *ASHRAE Transactions* **84**(Part 1).
- Serres, L., A. Trombe and J.H. Conilh (1997). "Study of coupled energy saving systems sensitivity factor analysis." *Building and Environment* **32**(2): 137-148.
- Soontornchainacksaeng, T. (1993). *Etude expérimentale et théorique du comportement thermique d'un échangeur air-sol. Application à l'habitat individuel.* Thèse de doctorat. Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse. Toulouse,
- Thiers, S. and B. Peuportier (2008). "Thermal and environmental assessment of a passive building equipped with an earth-to-air heat exchanger in France." *Solar Energy* **82**(9): 820-831.
- Tiwari, G.N., M.A. Akhtar, A. Shukla and M. Emran Khan (2006). "Annual thermal performance of greenhouse with an earth-air heat exchanger: An experimental validation." *Renewable Energy* **31**(15): 2432-2446.
- Tzaferis, A., D. Liparakis, M. Santamouris and A. Argiriou (1992). "Analysis of the accuracy and sensitivity of eight models to predict the performance of earth-to-air heat exchangers." *Energy and Buildings* **18**(1): 35-43.