

# ReTrofiT : un code générique pour la résolution de problèmes d'optimisation et d'identification en énergétique du bâtiment

A. Nassiopoulos<sup>\*1</sup>, J. Brouns<sup>1</sup>, B. Azerou<sup>1</sup>, N. Artiges<sup>1</sup>, M. Smail<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LUNAM Université, IFSTTAR, COSYS-SII  
44344 Bouguenais, France

<sup>2</sup> Université Paris Est, IFSTTAR, COSYS-LISIS  
77447 Cité Descartes, Marne-la-Vallée, France

\*alexandre.nassiopoulos@ifsttar.fr

---

*RESUME.* Le calibrage de modèles par identification de paramètres, les problèmes d'optimisation en conception ou les problèmes de pilotage optimal se formulent de manière similaire comme des problèmes de minimisation d'une fonction coût. Nous présentons un code de calcul conçu spécifiquement pour la résolution de tels problèmes en énergétique des bâtiments. Code de simulation énergétique dynamique multizone, ReTrofiT intègre les algorithmes et outils nécessaires pour formuler puis résoudre de tels problèmes de manière simple et peu coûteuse en temps de calcul. Il permet en outre une analyse de sensibilité avec un temps de calcul négligeable. Le papier présente les principales caractéristiques de ce code et donne quelques exemples de mise en œuvre.

*MOTS-CLÉS.* calibrage de modèles, identification état-paramètres, méthodes inverses.

---

*ABSTRACT.* Problems such as parameter identification for model calibration, optimal design or optimal energy management can all be formulated in a similar framework as problems of minimization of a cost function. The paper presents the software ReTrofiT that specifically treats this kind of problems. ReTrofiT is first of all a dynamic building simulation code with multizone-type assumptions. It also integrates a set of tools and algorithms to set up and solve minimization problems as well as compute sensitivities. All these operations can be done with a negligible computation by means of the adjoint model that is intrinsically implemented.

*KEYWORDS.* model calibration, state-parameter identification, inverse problems.

---

## 1 INTRODUCTION

Le calibrage de modèles de simulation à partir de mesures peut être posé comme un problème d'identification de paramètres ou de sources énergétiques inconnues consistant à minimiser une fonction de coût mesurant les écarts entre simulation et mesure (Reddy, 2006) (Nassiopoulos et al., 2014), (Heo et al., 2012), (Bacher et Madsen, 2011). D'autres problèmes d'optimisation se présentent également par exemple dans le pilotage optimal, dans la réduction de modèles ou dans la conception optimale.

Le papier présente le code ReTrofiT développé pour la résolution rapide de tels problèmes dans un cadre générique issu du contrôle optimal (Engl et al., 1994), (Özisik et Orlande,

2000). ReTrofit est tout d'abord un code de simulation énergétique dynamique. La description de l'enveloppe repose sur les hypothèses de la modélisation multizone avec une description mathématique sous forme de systèmes d'équations différentielles ordinaires et partielles.

Le code regroupe les outils nécessaires pour la résolution d'un problème de minimisation portant sur une ou plusieurs variables de ce modèle (scalaires ou dépendantes du temps ou de l'espace). Il inclut de manière native le modèle adjoint ce qui permet de formuler le problème sous forme continue et de construire des algorithmes de résolution efficaces et rapides grâce au cadre théorique du contrôle optimal. En outre, le modèle adjoint permet de réaliser de manière quasiment instantanée des calculs de sensibilité. Il est possible de résoudre des problèmes d'optimisation linéaires, non linéaires, avec ou sans contraintes.

Le code est une boîte à outils Matlab <sup>®</sup>(Mathworks, 2012). Son architecture objet lui confère évolutivité et modularité car elle permet l'ajout rapide et aisé de nouveaux algorithmes ou de nouveaux types de modèles. Une interface spécifique permet l'import de données au format gbXML. La saisie de la géométrie se trouve ainsi facilitée par l'emploi de tout outil de modélisation 3D compatible avec ce format.

Nous présentons ici le code et son architecture. Pour illustrer son utilisation, nous présentons la résolution d'un problème de calcul de besoins de chauffage théoriques, suivi d'un calcul de sensibilité puis d'un calcul d'identification de paramètres non linéaire.

## 2 MODÉLISATION MULTIZONE ET SIMULATION DYNAMIQUE

### 2.1 PRÉSENTATION GÉNÉRALE DE L'ARCHITECTURE DE CALCUL

Le code ReTrofit a été conçu avec une structure modulaire fondée sur un modèle de programmation objet. Le modèle numérique du bâtiment prend la forme d'un objet dans lequel sont implantées les fonctions de maillage, d'assemblage (au sens des éléments finis) et d'intégration numérique. Les équations qui constituent le modèle sont décrites dans des objets séparés dans lesquels sont implantées les fonctions de calcul des différents termes les composant. Ces objets (dénommées *features* ou 'fonctionnalités' peuvent être activés ou non offrant ainsi à l'utilisateur la possibilité d'adapter très facilement le niveau de détail du modèle.

En outre, cette architecture donne au code un caractère évolutif et modulaire en permettant un enrichissement progressif des différentes 'fonctionnalités' du code selon les besoins.

### 2.2 DESCRIPTION DU MODÈLE

La modélisation retenue suit les hypothèses standard de la modélisation multizone. Les variables d'état sont supposées homogènes dans l'ensemble du volume de chaque maille thermique (ou zone).

Dans chaque zone, l'évolution temporelle de la température est régie par une équation parabolique avec des termes source liés aux apports internes, aux apports solaires et aux apports dus aux échanges de masse d'air. L'aéraulique est prise en compte ici de manière simplifiée, seuls les échanges interzonaux et avec l'extérieur étant considérés.

$$\begin{cases} C_j \frac{dT_j}{dt} - \sum_i C_{ij}^0 - \sum_i C_{ij}^L & = R_{jk}(T_k - T_j) + R_j^e(T_e - T_j) \\ & + \Gamma_j^{dz} \Phi_d + \Gamma_j^{fz} \Phi_f + Q_j + W_j + \eta_j' P \\ T(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$R_{jk}(T_k - T_j)$	échanges aérauliques entre la zone $j$ et la zone $k$ ; $R_{jk}$ ne correspondent pas à des débits mais plutôt à des coefficients d'échange, le sens de l'écoulement étant donné par le signe de la différence $(T_k - T_j)$
$R_j^e(T_e - T_j)$	échanges aérauliques entre la zone $j$ et l'extérieur
$\Gamma_j^d$	Coefficient d'apports solaires (rayonnement direct) pour la zone $j$
$\Gamma_j^f$	Coefficient d'apports solaires (rayonnement diffus) pour la zone $j$

Les termes  $\Gamma_j^d$  et  $\Gamma_j^f$  permettent de comptabiliser les apports du rayonnement solaire de courte longueur d'onde. Ils sont calculés à partir du nombre de baies dans une zone, des orientations relatives des parois et des coefficients de transmission des vitrages.

$$\left\{ \begin{array}{l} c_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} k_i \frac{\partial \theta_i}{\partial x} = f_i \quad [0, L_i] \times [0, \tau] \\ -k_i \frac{\partial \theta_i(0, t)}{\partial x} = \sum_j C_{ij}^0 + C_{i0}^0 + \sum_{k,m} \mathcal{R}_{ik}^{0m} + \gamma_{i0}^d \Phi_d + \gamma_{i0}^f \Phi_f \quad [0, \tau] \\ k_i \frac{\partial \theta_i(L_i, t)}{\partial x} = \sum_j C_{ij}^{L_i} + C_{i0}^{L_i} + \sum_{k,m} \mathcal{R}_{ik}^{L_i m} + \gamma_{iL_i}^d \Phi_d + \gamma_{iL_i}^f \Phi_f \quad [0, \tau] \\ \theta_i(x, 0) = 0 \quad [0, L_i] \end{array} \right. \quad (2)$$

$C_{ij}^n = h_{ij}^0(\theta_i(x_n) - T_j)$  Termes de convection entre la paroi  $i$  (en  $x = x_n$ ) et la zone à la température  $T_j$

$C_{i0}^n = h_{i0}^n(\theta_i(x_n) - T_e)$  Termes convectifs entre la paroi  $i$  (en  $x = x_n$ ) et l'air extérieur à la température  $T_e$

$\mathcal{R}_{ik}^{nm} = \alpha_{ik}^{nm}(\theta_i(x_n) - \theta_k(x_m))$  Echanges radiatifs entre la paroi  $i$  (en  $x = x_n$ ) et la paroi  $k$  (en  $x = x_m$ )

$\mathcal{R}_{ij}^{n\infty} = \beta_{ij}^0(\theta_i(x_n) - T^\infty)$  Echanges radiatifs entre la paroi  $i$  (en  $x = x_n$ ) et l'environnement à  $T^\infty$

$\gamma_{in}^d, \gamma_{in}^f$  Coefficients solaires de la face  $x = x_n$  de la paroi  $i$ , pour le rayonnement direct et diffus

Dans les expressions précédentes,  $x_n$  et  $x_m$  peuvent prendre les valeurs 0 ou  $L_i$  pour chaque paroi  $i$ .

Les systèmes d'émission de chaleur au niveau de chaque zone sont représentés par des équations paraboliques qui permettent de représenter la dynamique de l'apport de chaleur  $W_j$  au niveau de la zone  $j$  lorsqu'une puissance  $P_j$  est introduite dans le système.

$$\left\{ \begin{array}{l} d_j \frac{dW_j}{dt} + W_j = \eta_j P_j \\ W_j(0) = W_j^0 \end{array} \right. \quad (3)$$

Ce modèle générique permet de représenter de manière simplifiée aussi bien des systèmes composés d'émetteurs individuels (radiateurs ou convecteurs électriques par exemple) que des installations à production centralisée. La somme des contributions par zone du chauffage correspond à la puissance totale produite  $\sum_j \eta_j + \eta'_j = 1$ . Dans le cas où les pertes de distribution sont nulles,  $\eta'_j = 0$ .

Les équations (1) à (3) composent la version standard du modèle de calcul. Comme décrit plus haut, chacun des termes de ces équations, ainsi que les équations elles-même sont des 'fonctionnalités' indépendantes qui peuvent être activées ou non. Plusieurs niveaux de détail dans la description du bâtiment peuvent ainsi être obtenus à partir de ces équations de base.

La structure du code permet en outre d'enrichir facilement le système d'équations avec des nouveaux termes et de nouvelles équations.

### 3 RÉSOLUTION DE PROBLÈMES D'OPTIMISATION

#### 3.1 FORMULATION GÉNÉRALE

Dans une approche usuelle, le calibrage de modèle se ramène à un problème d'identification de paramètres (Brouns et al., 2013). Une étude de sensibilité préalable permet de déceler, parmi les variables d'un modèle, celles qui ont le plus grand impact dans le calcul d'une variable d'intérêt. La résolution d'un problème d'identification de paramètres permet de déterminer les valeurs de ces variables qui minimisent l'écart entre les données et les mesures. Les problèmes d'identification de paramètres sont souvent mal posés et nécessitent par conséquent d'être traités avec une méthode de régularisation.

De manière plus générale, on rencontre ce type de problème d'identification dès lors qu'on souhaite faire converger la réponse d'un modèle vers des données mesurées issues de capteurs. Ce type de situation est typiquement rencontrée dans des problèmes de suivi en continu (*monitoring*) : le problème d'estimation d'état consiste à utiliser l'information partielle fournie par certains capteurs sur l'état du système pour remonter à son état global en retraçant de manière indirecte les sollicitations reçues par ce système.

Une troisième classe de problèmes qui nous intéresse ici est celle des problèmes de pilotage optimal. Dans sa forme la plus simple, un problème de pilotage optimal consiste à déterminer des fonctions de contrôle (par exemple, la puissance demandée à un système de génération de chaleur) pour amener une ou plusieurs variables d'état sur un niveau de consigne donné (Hazyuk et al., 2012), (Oldewurtel et al., 2012).

L'ensemble de ces problèmes peuvent être formulés comme des problèmes de minimisation d'une fonction de coût : on cherche  $u$  tel que

$$\min_{u \in \mathcal{U}_c} J(u) \quad (4)$$

où  $u$  est le *vecteur de contrôle*,  $\mathcal{U}_c$  l'espace de contrôle qui intègre des contraintes éventuelles sur les valeurs de  $u$ .  $J$  est la fonctionnelle de coût. Elle est souvent de la forme

$$J(u) = \frac{\alpha_1}{2} \|Tu - y\|_{\mathcal{M}}^2 + \frac{\alpha_2}{2} \|u - u_0\|_{\mathcal{U}}^2 + \frac{\alpha_3}{2} \|\phi(u)\|^2 \quad (5)$$

Le premier terme de cette expression est un terme dit de résidu. Il mesure l'écart quadratique entre la réponse du modèle  $Tu$  et les mesures (ou consignes, selon le type de problème) dans l'espace des mesures  $\mathcal{M}$ . La réponse du modèle  $Tu$  est obtenue en appliquant un opérateur d'observation modélisant le processus de mesure à la solution du système d'équations aux dérivées partielles (1) - (3).

Le deuxième terme de cette expression est un terme pondérant la valeur prise par le vecteur de contrôle. Dans un problème d'identification, il permet de régulariser le problème en empêchant la solution de s'éloigner d'une valeur  $u_0$  correspondant à une connaissance *a priori* de la solution. Dans ce cas, le coefficient de pondération  $\alpha_2$ , appelé alors paramètre de Tikhonov, est petit (Engl et al., 1994). Dans un problème de pilotage optimal, ce terme représente une quantité d'énergie injectée dans le système. Avec des coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  de même ordre de grandeur, cette fonctionnelle réalise alors un compromis entre, par exemple, le confort représenté par le premier terme (écart par rapport à la consigne) et la consommation représentée par le deuxième terme.

Des termes du troisième type (dits de pénalisation) apparaissent par exemple pour la prise en compte de contraintes. La fonction  $\phi(u)$  est alors une fonction qui est (quasiment) nulle lorsque  $u$  respecte les contraintes, et positive sinon.

#### 3.2 MODÈLE ADJOINT

La minimisation de la fonctionnelle  $J$  se fait de manière efficace par des méthodes itératives faisant appel au calcul du gradient de cette fonctionnelle. Le minimum de cette dernière corre-

spond au point où le gradient s'annule.

Le calcul du gradient pour le deuxième terme ne pose aucun problème. Le calcul pour le troisième terme dépend de la fonction  $\phi$ . Dans la plupart des cas, il est possible de choisir une fonction pour laquelle l'expression du gradient est connu de manière explicite.

Le calcul du gradient du premier terme est plus problématique car les inconnues  $u$  n'apparaissent que de manière implicite dans l'expression. La différenciation numérique est une option à éviter car, après discrétisation des composantes du vecteur  $u$  dépendant du temps, le nombre d'inconnues numériques -donc le nombre de résolutions du modèle- croît très vite. Ceci rend le coût de calcul prohibitif.

Pour calculer le gradient des termes faisant intervenir le modèle, le code ReTrofiT intègre de manière native le modèle adjoint  $T^*$ . L'adjoint permet d'obtenir le gradient de  $J$  par rapport aux différentes composantes de  $u$  en une seule résolution : le gradient du premier terme dans (5) est donné par  $T^*(Tu - y)$ . Le modèle adjoint est de structure identique au modèle direct ce qui signifie que les mêmes outils numériques peuvent être utilisés pour sa résolution.

### 3.3 ALGORITHMES DE MINIMISATION

Grâce au calcul du gradient effectué avec le modèle adjoint, des algorithmes itératifs de descente peuvent être utilisés pour la résolution de (4).

Lorsque le choix des inconnues porte uniquement sur des variables par rapport auxquelles le modèle est linéaire, l'algorithme du gradient ou gradient conjugué peut être utilisé. L'algorithme du gradient conjugué appliqué à une fonctionnelle de la forme  $J(u) = \frac{1}{2} \|Tu - y\|_{\mathcal{M}}^2$  s'écrit ainsi :

- Initialisation :  $u^0$
- $g^0 = T^*(Tu^0 - y)$ ,  $h^0 = -g^0$
- A chaque itération  $n \geq 1$ 
  - Pas optimal :  $\rho = \frac{(g^n, h^n)}{h^n, T^*Th^n}$
  - Avancement selon  $h^n$  :  $u^{n+1} = u^n + \rho h^n$
  - Calcul itératif du gradient :  $g^{n+1} = g^n + \rho T^*Th^n$
  - Paramètre assurant les descentes conjuguées :  $\gamma = \frac{(g^{n+1}, g^{n+1})}{(g^n, g^n)}$
  - Calcul itératif de la direction de descente :  $h^{n+1} = -g^{n+1} + \gamma h^n$
  - Arrêt si  $(g^{n+1}, g^{n+1}) < \epsilon$

Dans le cas où le modèle est non-linéaire par rapport à certaines inconnues incluses dans  $u$  une étape de linéarisation est nécessaire. L'algorithme de Levenberg-Marquardt peut alors être utilisé dans ce cas. Il consiste à résoudre, à chaque itération, la fonctionnelle suivante :

$$J_k(\delta u) = \frac{1}{2} \|Tu_k + \delta T(\delta u) - y\|_{\mathcal{M}}^2 + \frac{\epsilon_n}{2} \|\delta u\|_{\mathcal{U}} \quad (6)$$

et minimiser par rapport à  $\delta u$ . Dans l'expression (6),  $\delta T(\delta u)$  est la réponse du modèle linéarisé autour du point  $u_k$  tel que :  $T(u_k + \delta u) \sim T(u_k) + \delta T(\delta u)$ . La minimisation de  $J_k$  à chaque itération se fait par exemple avec l'algorithme du gradient conjugué.

Ces algorithmes peuvent être adaptés dans le cas où des contraintes doivent être imposées sur les bornes de variation des variables. Dans ce cas, une étape de projection supplémentaire doivent être ajoutée à chaque itération. Lorsque les contraintes sont plus générales, des algorithmes adaptés doivent être utilisés, comme par exemple des algorithmes duaux tels que la méthode d'Uzawa.

Le code ReTrofiT inclut des classes spécifiques pour chacun de ces algorithmes. Le nombre et le type d'algorithmes qui y sont implantés est bien sûr voué à évoluer au fur et à mesure des développements et des besoins.

## 4 EXEMPLES D'UTILISATION

Dans cette section nous présentons des exemples d'utilisation du code sur un cas test afin d'illustrer les possibilités du code. Le cas d'étude est un bâtiment à deux zones, dont une comportant une ouverture.

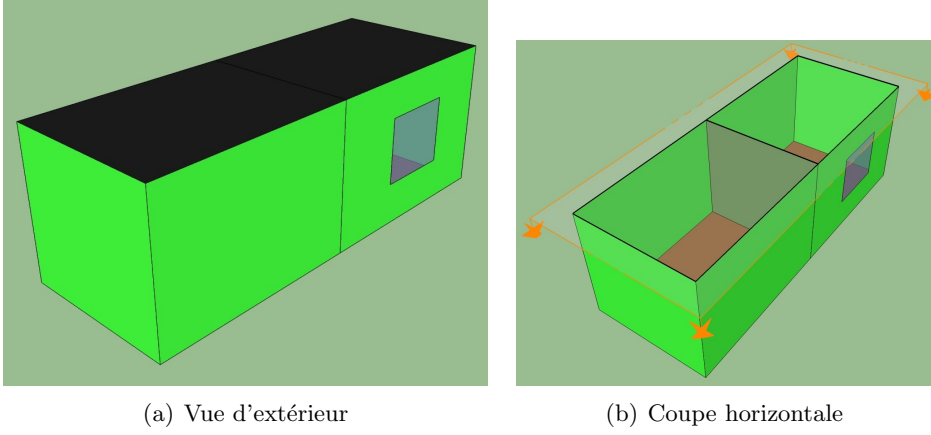


FIGURE 1. Le cas test à deux zones, modélisé en 3D sous GSketchup

### 4.1 CALCUL DE BESOINS DE CHAUFFAGE ET SENSIBILITÉS

Le calcul des besoins théoriques de chauffage sur une période donnée  $[0, \tau]$  peut être écrit de la manière suivante : Il s'agit de déterminer  $W^*$  tel que  $\min_W J(W)$  avec

$$J(W) = \frac{1}{2} \sum_j \int_0^\tau (T_j - T_c)^2 dt + \frac{\epsilon}{2} \sum_j \int_0^\tau W_j^2 dt$$

où  $T_j$  sont solutions de (1).

La sensibilité  $S_W$  de  $W^*$  par rapport à un paramètre (par exemple, une perturbation  $\delta R_j^e$  sur les débits de renouvellement d'air  $R_j^e$ ) est donnée par

*Trouver  $S_W$  tel que  $\min_{S_W} J(S_W)$*

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(S_W) &= \frac{1}{2} \sum_j \int_0^\tau (\tilde{T}_j)^2 dt + \frac{\epsilon}{2} \sum_j \int_0^\tau (W_j^*)^2 dt \\ \left\{ \begin{array}{l} C_j \frac{dT_j}{dt} - \sum_i C_{ij}^0 - \sum_i C_{ij}^L = R_{jk}(T_k - T_j) + \delta R_j^e (T_e - T_j) \\ T(0) = 0 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (7)$$

où la dernière équation est couplée aux équations (2) et (3) linéarisées.

La figure (2) donne un exemple de résultats obtenus en résolvant sous ReTrofit ces deux problèmes.

La figure présente l'organigramme général du code. Le calcul complet prend environ 15 secondes sur un PC standard de bureau.

### 4.2 RÉOLUTION D'UN PROBLÈME D'IDENTIFICATION

Les mêmes outils permettent de résoudre un problème d'identification. La figure (4) donne un exemple de reconstruction des débits d'air à partir de mesures de température d'air. Le calcul utilise ici l'algorithme de Levenberg-Marquardt avec des contraintes sur les bornes de variation de la variable. Le calcul complet dure environ 11 secondes sur un PC standard.

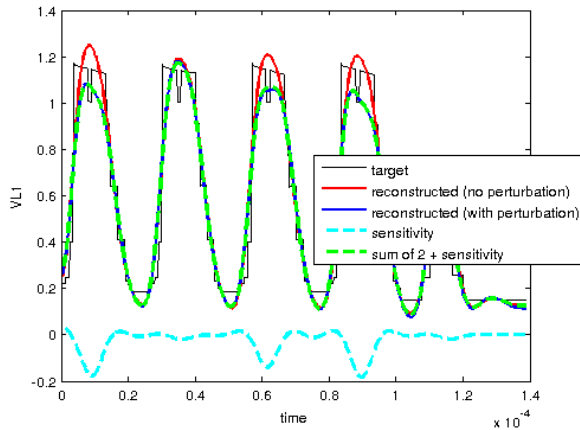


FIGURE 2. Un calcul de besoins de chauffage théorique associé à un calcul de sensibilité par rapport aux débits de renouvellement d'air.

## 5 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

ReTrofit est un code de simulation énergétique dynamique spécialement conçu pour la formulation et la résolution de problèmes d'optimisation de toute sorte. Le modèle de simulation repose sur les hypothèses de la modélisation multizone avec un formalisme continu sous forme de systèmes d'équations différentielles ordinaires.

L'architecture du code a été conçue pour répondre à des situations très variées en adaptant notamment le niveau de complexité du modèle. Elle lui confère aussi un caractère évolutif car l'ajout de nouvelles fonctionnalités dans le modèle, de nouveaux algorithmes et outils d'analyse peuvent être ajoutés de manière modulaire.

Le code sera mis à disposition prochainement à la communauté scientifique afin d'accélérer ces évolutions.

## 6 BIBLIOGRAPHIE

### RÉFÉRENCES

- Bacher, P. et Madsen, H. (2011). Identifying suitable models for the heat dynamics of buildings. *Energy and Buildings*, 43 :1511–1522.
- Brouns, J., Nassiopoulos, A., Bourquin, F., et Limam, K. (2013). Identification de paramètres et séparation de sources thermiques à dynamiques différentes dans le bâtiment en utilisant la variation totale. In *Congrès de la Société Française de Thermique*, Gerardmer, France.
- Engl, H. W., Hanke, M., et Neubauer, A. (1994). *Regularization of Inverse Problems*. Kluwer Academic Publishers.
- Hazyuk, I., Ghiaus, C., et Penhouet, D. (2012). Optimal temperature control of intermittently heated buildings using model predictive control : Part ii - control algorithm. *Building and Environment*, 51 :388–394.
- Heo, Y., Choudhary, R., et Augenbroe, G. (2012). Calibration of building energy models for retrofit analysis under uncertainty. *Energy and Buildings*, 47(0) :550 – 560.
- Mathworks (2012). Matlab software, [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com).

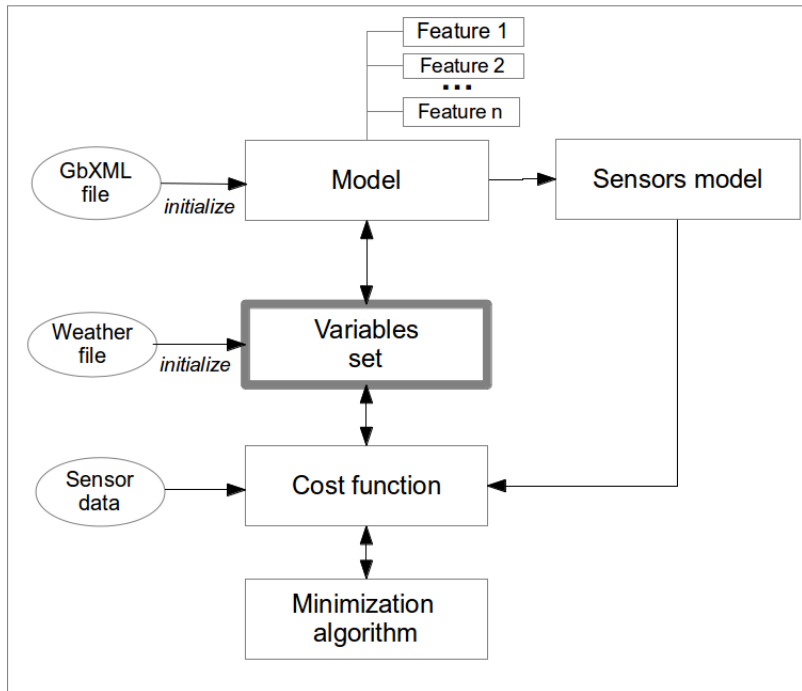


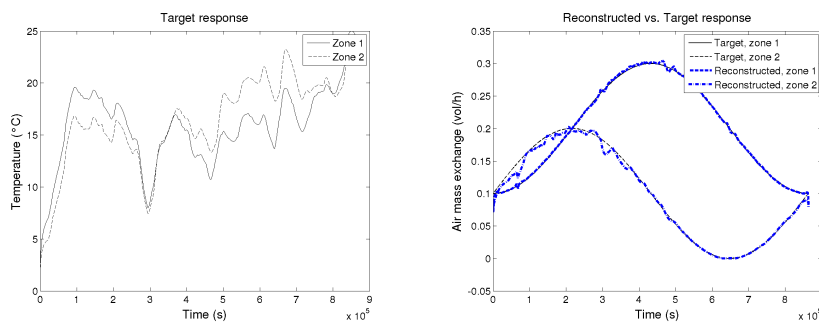
FIGURE 3. Organigramme général du code

Nassiopoulos, A., Kuate, R., et Bourquin, F. (2014). Calibration of building thermal models using an optimal control approach. *Energy and Buildings*. Under press.

Oldewurtel, F., Parisio, B., Jones, C. N., Gyalistras, D., Gwerder, M., Stauch, V., Lehmann, B., et Morari, M. (2012). Use of model predictive control and weather forecasts for energy efficient building climate control. *Energy and Buildings*, 45 :15–27.

Özisik, M. N. et Orlande, H. R. B. (2000). *Inverse Heat Transfer*. Taylor and Francis.

Reddy, T. (2006). Literature review on calibration of building energy simulation programs : Uses, problems, procedures, uncertainty and tools. *ASHRAE Transactions*, 112(1).



(a) Températures ambiantes mesurées

(b) Reconstruction du débit de renouvellement d'air à partir de mesures de température

FIGURE 4. Exemple d'identification des débits de renouvellement d'air à partir de mesures de température