

# Développement de modèles aérauliques pour le bâtiment

Alain BASTIDE

**Laboratoire de Physique et Ingénierie Mathématique pour l'Energie et l'EnvironnemeNT**  
**Université de la Réunion,**  
**Campus du Tampon,**  
**La Réunion**

IBPSA La Rochelle Mai 2011

# Sommaire

- 1 Problèmes multi-échelles
- 2 Génération de modèles simplifiés
- 3 Convection naturelle
- 4 Modélisation intermédiaire
- 5 Résultats en cours

# Sommaire

- 1 Problèmes multi-échelles
  - Pourquoi ?
  - Génération de modèles simplifiés
  - Approche différente - des modèles fins aux modèles adaptés
- 2 Génération de modèles simplifiés
- 3 Convection naturelle
- 4 Modélisation intermédiaire
- 5 Résultats en cours

# Pourquoi ?

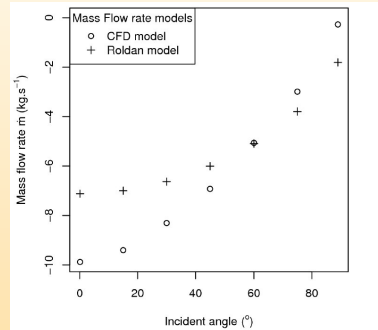
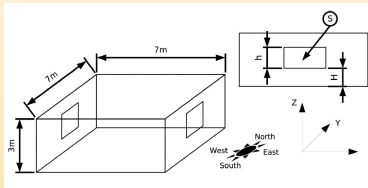
## Pourquoi développer des modèles multi-échelles ?

- ▶ améliorer la précision et les temps de calcul
- ▶ utiliser les meilleurs modèles
- ▶ coupler des modèles développés à différentes échelles

## Quels sont les objectifs ?

- ▶ l'évaluation du confort thermo-gyro-aéraulique
- ▶ prédiction des transferts dans le bâtiment
- ▶ prédiction des transferts entre le bâtiment et le milieu extérieur
- ▶ prédiction des transferts au niveau d'une ville, d'un quartier
- ▶ prédiction de la consommation énergétique à grande échelle

# Génération de modèles simplifiés



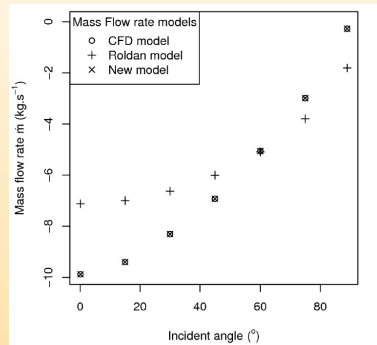
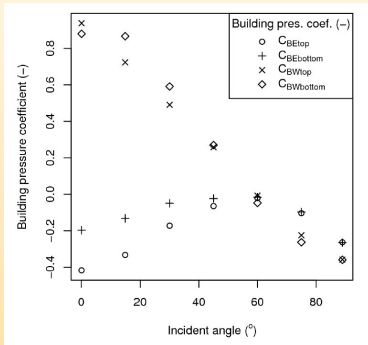
$$\dot{m} = K(\Delta P)^n \quad (1)$$

$$\dot{m}_i = \rho_i C_{d,i} C_s \frac{S}{2} \text{sign}(\Delta P_i) |\Delta P_i|^n \quad (2)$$

$$\sum_i \dot{m}_i = 0 \quad (3)$$

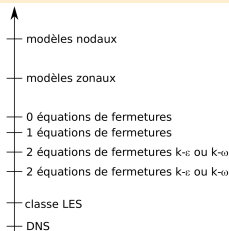
$$C_{B,i} = \frac{\delta P_{CFD,i}}{\frac{1}{2} \rho_{out} V_{out}^2 (h_i)} + C_p \quad (4)$$

## Génération de modèles simplifiés



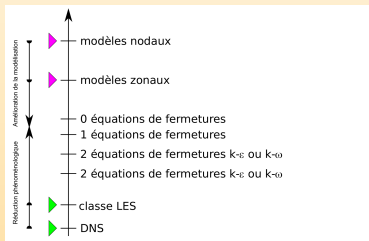
- Multiplication des coefficients
- Résultats convenables
- Difficultés de généraliser une telle méthode
- Coefficients locaux, Publication à ce sujet

## Approche différente - des modèles fins aux modèles adaptés



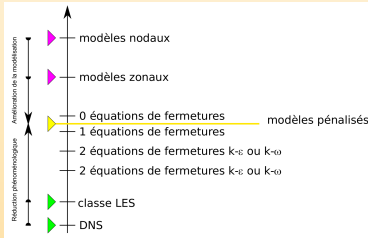
- ▶ Modèles nodaux à 1 degré de liberté par pièce
- ▶ DNS plusieurs millions de degrés de liberté par pièce
- ▶ Quelques degrés de liberté suffisent à caractériser la majorité de l'écoulement
- ▶ Pénalisation de l'écoulement
- ▶ Utilisation de champs fins pour la détermination de la pénalisation locale
- ▶ Projet ANR 4C à ce sujet et Projet CNRS-PIE ADNBATI sur des aspects mathématiques

## Approche différente - des modèles fins aux modèles adaptés



- ▶ Modèles nodaux à 1 degré de liberté par pièce
- ▶ DNS plusieurs millions de degrés de liberté par pièce
- ▶ Quelques degrés de liberté suffisent à caractériser la majorité de l'écoulement
- ▶ Pénalisation de l'écoulement
- ▶ Utilisation de champs fins pour la détermination de la pénalisation locale
- ▶ Projet ANR 4C à ce sujet et  
Projet CNRS-PIE ADNBATI sur des aspects mathématiques

## Approche différente - des modèles fins aux modèles adaptés



- ▶ Modèles nodaux à 1 degré de liberté par pièce
- ▶ DNS plusieurs millions de degrés de liberté par pièce
- ▶ Quelques degrés de liberté suffisent à caractériser la majorité de l'écoulement
- ▶ Pénalisation de l'écoulement
- ▶ Utilisation de champs fins pour la détermination de la pénalisation locale
- ▶ Projet ANR 4C à ce sujet et Projet CNRS-PIE ADNBATI sur des aspects mathématiques

# Sommaire

- 1 Problèmes multi-échelles
- 2 Génération de modèles simplifiés
  - Utilisation de modèles fins
- 3 Convection naturelle
- 4 Modélisation intermédiaire
- 5 Résultats en cours

# Approche progressive

## Approche progressive en terme de phénomènes :

- ▶ Phénomène de convection naturelle
- ▶ Phénomène de convection naturelle et de transferts avec les parois inertes
- ▶ Phénomène de convection naturelle et de transferts avec les parois "non-linéaires"
- ▶ Phénomène de convection naturelle et de transferts radiatifs
- ▶ Tous les phénomènes

# Approche progressive

## Différentes approches en terme de réduction :

- ▶ Réduction des modèles à échelles fines vers des échelles intermédiaires
- ▶ Couplages de modèles liés à différentes échelles

## Positionnement dans le panorama de la réduction :

- ▶ Réduction spectrale (LEPTIAB, TREFLE)
- ▶ Réduction phénoménologique et méthodes inverses (PIMENT)

## Positionnement dans le panorama du multi-échelle :

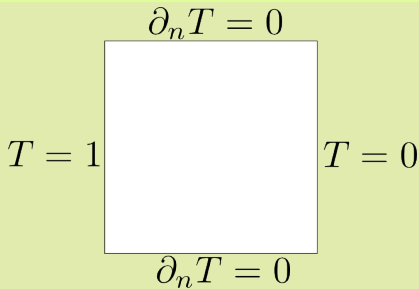
- ▶ Découpage spectral des échelles et résolution multi-bandes spectrales (PSUD)
- ▶ Résolution multi-niveaux imbrication de modèles (LIMSI)
- ▶ Couplage de modèles de différentes échelles (PIMENT, YALE U.)

# Sommaire

- 1 Problèmes multi-échelles
- 2 Génération de modèles simplifiés
- 3 Convection naturelle
  - Modèles physiques et Méthodes numériques
- 4 Modélisation intermédiaire
- 5 Résultats en cours

## Construction d'une base de données

Cavité différentiellement chauffée



# Équations de transport et Schémas

## Approximation de Boussinesq

Une expression de l'approximation de Boussinesq des équations de Navier-Stokes est présentée ci-dessous. Cette expression intègre des quantités sans dimension. Elles sont résolues sur une cavité différentiellement chauffée.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p_m^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( Pr Ra^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + Pr T \delta_{i3} \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( Ra^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (6)$$

Éléments pour rendre sans dimensions les équations :

$$U_{CN} = \frac{\kappa}{H} Ra^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$x_i = \frac{x_i^*}{H} \quad (8)$$

## Discrétisation des opérateurs

- ▶ Le terme d'advection est discrétisé par une extrapolation d'Adams-Bashford au second ordre en temps
- ▶ Le schéma d'intégration temporelle mis en œuvre est un schéma d'Euler retardé du second ordre
- ▶ Les termes de diffusions sont traités implicitement

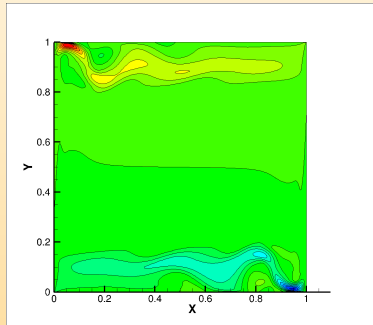
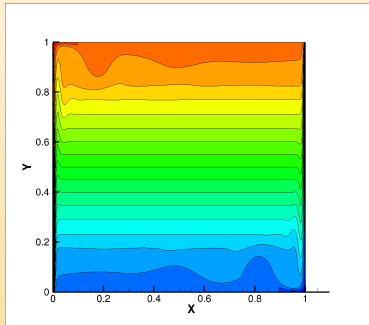
# Équations de transport et Schémas

## Résolution

- ▶ Résoudre l'équation de l'énergie et de la quantité de mouvement à  $t(n+1)$  conduit à un problème elliptique de Helmholtz, ce qui conduit à résoudre un problème de Stokes généralisé,  $\tilde{u}_i^{n+1} = H(u_i^n)$
- ▶ Le traitement de l'incompressibilité est réalisé par une méthode de projection incrémentale rotationnelle,  $u_i^{n+1} = P(\tilde{u}_i^{n+1})$
- ▶ Les équations de Poisson résultantes sont résolues soit avec un solveur gradient conjugué préconditionné par une méthode multi-grille soit avec un solveur Gauss-Seidel

# Résultats

Cavité différentiellement chauffée à  $Ra = 1.5 \times 10^9$



# Sommaire

- 1 Problèmes multi-échelles
- 2 Génération de modèles simplifiés
- 3 Convection naturelle
- 4 Modélisation intermédiaire
  - Modèles pénalisés
  - Modèles pénalisés améliorés
- 5 Résultats en cours

# Construction du modèle zonal classique

## Bases d'un modèle zonal

Conservation de la masse en présence d'ouvertures

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} + ms_i = \sum_{j=1}^n m_{ji} + me_i \quad (9)$$

Conservation de l'énergie en présence de transferts entre zones thermiques et une source ou un puit de chaleur.

$$\sum_{j=1}^n C_p m_{ij} (T_i - T_j) + C_p ms_i (T_i - T_{s_i}) + \Phi_{conv,i} = P_{conv,i} \quad (10)$$

Ecriture des débits massiques en fonction de la pression

$$m_{ij} = \varepsilon_{ij} \sqrt{2\rho_j} C_{d,f,ij} A_{ij} |P_j - P_i|^{\frac{1}{d}} \quad (11)$$

L'écoulement est régi par un scalaire : la pression.

Bien que le modèle zonal résulte de l'intégration du gradient du champ de pression total, nous utiliserons dans la suite le fait que :

$$\nabla \cdot (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = \nabla \left( \frac{\mathbf{u}^2}{2} \right) + (\vec{rot} \mathbf{u}) \wedge \mathbf{u} \quad (12)$$

## Construction du modèle zonal classique

### Transformations de l'équation de transport

Expression intégrale des équations précédentes :

$$\frac{1}{C_d^2} \int_{\Omega} \nabla \cdot (\mathbf{u}_{\Omega} \otimes \mathbf{u}_{\Omega}) = - \int_{\Omega} \frac{1}{\rho} \nabla P_m + \int_{\Omega} g \beta \Delta T_{\Omega} \cdot \mathbf{e}_z \quad (13)$$

Expression locale des modèles zonaux :

$$\frac{1}{C_d^2} \nabla \cdot (\mathbf{u}_{\Omega} \otimes \mathbf{u}_{\Omega}) = - \frac{1}{\rho} \nabla P_m + g \beta \Delta T_{\Omega} \cdot \mathbf{e}_z \quad (14)$$

Validité des modèles zonaux sous une forme locale est contestable.

L'expression du coefficient de décharge à l'échelle d'une cellule  $\Omega$  de taille importante

$$C_d^2 = \frac{\left| \int_{\Omega} \nabla \cdot (\mathbf{u}_{\Omega} \otimes \mathbf{u}_{\Omega}) \right|}{\left| - \int_{\Omega} \frac{1}{\rho} \nabla P_m + \int_{\Omega} g \beta \Delta T_{\Omega} \cdot \mathbf{e}_z \right|} \quad (15)$$

Le carré du coefficient de décharge est donc "localement" le rapport entre les forces convectives et les forces de pression et d'Archimède.

Ajuster ce coefficient revient donc à pondérer ces forces entre elles pour tenir compte des forces de diffusion et des effets transitoires ayant une conséquence sur l'écoulement moyen.

Ce modèle fonctionne seul dans le cas d'écoulements faiblement cisailés. Il est alors impératif de zoner le domaine et d'ajouter des lois phénoménologiques pour traiter les cas rencontrés dans le bâtiment.

# Construction du modèle zonal classique

## Caractérisation expérimentale et caractérisation des coefficients

$$C_d^2 = \frac{\left| \int_{\Omega} \nabla \cdot (\mathbf{u}_{\Omega} \otimes \mathbf{u}_{\Omega}) \right|}{\left| - \int_{\Omega} \frac{1}{\rho} \nabla P_{\Omega} + \int_{\Omega} g \beta \Delta T_{\Omega} \cdot \mathbf{e}_z \right|} \quad (16)$$

$$\frac{1}{\sqrt{e - f \Delta T}} = \frac{1}{\sqrt{e}} + \frac{f}{2e^{3/2}} \Delta T + O(\Delta T^2) \quad (17)$$

$$C_d \simeq A + B \Delta T \quad (18)$$

# Construction du modèle zonal classique

## Reformulation des équations de conservation en pénalisant l'écoulement

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega) = 0 \quad (19)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \otimes \mathbf{u}_\Omega) = -\frac{1}{\rho} \nabla P_\Omega + g\beta \cdot \theta_\Omega \cdot \mathbf{e}_z + \left( \frac{1}{C_d^2} - 1 \right) \nabla \cdot (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) \quad (20)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \theta_\Omega) = s \quad (21)$$

L'écriture du modèle zonal, hors zones phénoménologiques, est alors un modèle de Euler dont on applique une pénalisation de la forme :

$$+ \left( \frac{1}{C_d^2} - 1 \right) \nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \otimes \mathbf{u}_\Omega) \quad (22)$$

### Remarque

Si  $C_d \rightarrow 1$  alors nous retrouvons le modèle zonal à quantité de mouvement proposé par Chen

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega) = 0 \quad (23)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \otimes \mathbf{u}_\Omega) = -\frac{1}{\rho} \nabla P_\Omega + g\beta \cdot T_\Omega \cdot \mathbf{e}_z \quad (24)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \theta_\Omega) = s \quad (25)$$

## Remarques générales

### Remarque sur la transformation

Le nombre de degrés de liberté de l'équation de transport a augmenté. La pression n'est plus le "scalaire" qui régit l'écoulement.

Nous retrouvons une forme classique d'équation de transport avec pénalisation.

### Remarque sur la pénalisation

La forme pénalisée est une amélioration du modèle zonal à quantité de mouvement et ce, en utilisant les travaux réalisés sur les modèles zonaux classiques.

### Écriture sans dimension aisée des modèles zonaux

Le système peut être facilement réécrit en utilisant une vitesse de convection  $U_{CN}$ , une dimension caractéristique  $H$  et une température de référence  $T_0$ .

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega) = 0 \quad (26)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \otimes \mathbf{u}_\Omega) = -\frac{1}{\rho} \nabla P_\Omega + Pr \cdot \theta_\Omega \cdot \mathbf{e}_z + \left( \frac{1}{C_d^2} - 1 \right) \nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \otimes \mathbf{u}_\Omega) \quad (27)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \theta_\Omega) = s \quad (28)$$

## Remarques générales

### Remarque sur la transformation

Le nombre de degrés de liberté de l'équation de transport à augmenté. La pression n'est plus le "scalaire" qui régit l'écoulement.

Nous retrouvons une forme classique d'équation de transport avec pénalisation.

## Quelles voies d'amélioration ?

Que pouvons nous apporter ?

En quelque sorte les modèles zonaux sont des modèles à grande échelle.

Il reste donc à lier les grandes et petites échelles au travers des modèles pour les fluides. Nous allons donc ajouter la partie liée aux contraintes dans les équations.

## Modèle complet

### Nouvelles équations

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega) = 0 \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \otimes \mathbf{u}_\Omega) = & -\frac{1}{\rho} \nabla P_m + \left( \frac{1}{C_{d*}^2} - 1 \right) \nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \otimes \mathbf{u}_\Omega) + \\ & Pr \cdot \theta_\Omega \cdot \mathbf{e}_z + \nabla \cdot \left( Pr \cdot Ra^{-\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{\nu_{MP}}{\nu} \right) (\nabla \mathbf{u}_\Omega + \nabla \mathbf{u}_\Omega^T) \right) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \theta_\Omega) = \nabla \cdot \left( Ra^{-\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{\nu_{MP}}{Pr_{MP} \kappa} \right) \nabla \theta_\Omega \right) + s_* \quad (31)$$

### Nouvelle Expression du coefficient de décharge

$$C_{d*}^2 = \frac{\left| \int_\Omega \nabla \cdot (\mathbf{u}_\Omega \otimes \mathbf{u}_\Omega) \right|}{\left| - \int_\Omega \frac{1}{\rho} \nabla P_\Omega + \int_\Omega g \beta \Delta T_\Omega \cdot \mathbf{e}_z + \int_\Omega \nabla \cdot \left( Pr \cdot Ra^{-\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{\nu_{MP}}{\nu} \right) (\nabla \mathbf{u}_\Omega + \nabla \mathbf{u}_\Omega^T) \right) \right|} \quad (32)$$

### Nouvelle Expression du coefficient de décharge

En posant le système de cette manière, on voit le lien entre un modèle du type Navier-Stokes permanent et ....

On introduit aussi une viscosité cinématique adapté au model

# Sommaire

- 1 Problèmes multi-échelles
- 2 Génération de modèles simplifiés
- 3 Convection naturelle
- 4 Modélisation intermédiaire
- 5 Résultats en cours
  - Résultats en cours sur les écoulements isothermes

# Résultats

## Méthode inverse

- ▶ Le principe de cette méthode est de simuler des problèmes physiques à des échelles fines.
- ▶ Les résultats sont utilisés sur des maillages dits à échelles intermédiaires.
- ▶ L'opérateur non-linéaire de Navier-Stokes  $\mathcal{N}\mathcal{S}$  ou l'opérateur de l'énergie  $\mathcal{E}$  est appliqué sur ces résultats. Il en résulte deux résidus.
- ▶ Ces résidus sont analysés afin de produire une pénalisation à appliquer aux équations de transport.
- ▶ Deux coefficients sont alors à caler pour tout l'écoulement, les coefficients  $K$ ,  $C_p$ ,  $C_B$ ,  $C_D$  ne sont plus à définir pour chaque ouverture.
- ▶ Ces coefficients sont évalués par une méthode inverse
- ▶ Il y donc a une simplification de la description de la simulation thermo-aéraulique avec un accroissement important de la qualité des résultats.

## Publication

Publication en cours sur cette méthode développée dans le cadre du projet ANR-Dynasimul :  
*Design of penalized models for buildings : an isotherm building model*

Je vous remercie pour votre attention