

Optimisation topologique d'une conduite d'aération en forme de T pour la réhabilitation

Garry Rivière^{*1}, Alain Bastide¹

¹ Laboratoire de Physique et Ingénierie Mathématique pour l'Energie, l'environnement et le bâtiment (PIMENT)

Université de La Réunion

*garry.riviere@univ-reunion.fr

RESUME. Un des objectifs de la réhabilitation d'un bâtiment est la réduction de la dépense énergétique et l'amélioration de qualité d'air intérieure. Une part de l'importante dépense énergétique des systèmes de ventilation est liée aux pertes de charge dans les tuyaux. L'objectif de réduction de dépenses énergétiques est limité par les contraintes spatiales et financières. L'écoulement peut être contrôlé de manière passive en jouant sur la géométrie de la gaine de ventilation. La forme de la géométrie sera obtenue numériquement par optimisation topologique de la conduite. La fonctionnelle objectif développé conditionnera la forme optimale de la conduite. Dans cette étude nous nous intéressons à la réduction de la puissance dissipée dans une canalisation en T. Cette étude montre alors que pour certaines conditions aux limites fixées, il est possible de trouver une forme optimale de la conduite pour réduire les pertes de charge et réduire les dépenses énergétiques.

MOTS-CLEFS. Optimisation de forme, sensibilité topologique, contrôle d'écoulement, méthode adjointe

ABSTRACT. The aim of the restoration of a building is to reduce energy cost and to improve indoor air quality. An important part of the energy cost of ventilation systems is due to a loss of power in ventilation duct. The goal of reducing energy costs is limited by space and financial obligation. The flow can be passively controlled by adjusting the shape of the ventilation duct. We will numerically get the geometric shape with the optimisation of the pipe shape. A developed cost function will determine the optimal shape of the ventilation duct. We will focus the study on reducing the dissipated power in a rectangular Tee shaped pipe. This study shows that it is possible to find an optimal shape of pipe to reduce pressure loss and to reduce energy costs despite the boundary conditions.

KEYWORDS. Shape optimization, Topological sensitivity, Flow control, Adjoint method

1 INTRODUCTION

La réhabilitation des bâtiments en ventilation passe par la rénovation et l'amélioration des systèmes existants, ou par la mise en place de systèmes spécifiques. La cible principale en réhabilitation est de permettre une économie d'énergie et en même temps une meilleure qualité d'air intérieure. L'amélioration de systèmes existants est limitée à cause des contraintes structurelles

ou financières. Lorsqu'il existe des systèmes existants tels que les gaines de ventilation il faut alors trouver une méthode pour contrôler l'écoulement d'air dans la gaine. Ce contrôle peut être effectué par deux méthodes :

- la méthode active, c'est une approche qui consiste à utiliser des informations relatives à l'écoulement par l'intermédiaire de capteur(s) et d'interagir par l'apport d'énergie extérieure (actions électromagnétiques, vibrations, chauffages) ;
- et la méthode passive qui utilise principalement les caractéristiques physiques du fluide ou la géométrie de la conduite pour agir sur l'écoulement.

La modification de la forme de la canalisation contribue passivement à l'optimisation de l'écoulement. La recherche d'une solution optimale de la forme des conduites est généralement réalisée par une méthode testant différentes formes et en vérifiant expérimentalement quelles sont les meilleures caractéristiques géométriques pour la qualité de l'air souhaitée. L'utilisation des outils de mécanique des fluides numérique (MFN) pour la simulation d'écoulements d'air permet de réduire les coûts liés aux expérimentations. La MFN permet à moindre coût d'essayer l'efficacité de nombreuses formes de conduites d'aérations. Cette méthode d'essais de solutions potentielles pour un problème d'optimisation est appelée la méthode essai-erreur. La méthode essai-erreur nécessite un nombre important de tentatives pour trouver la solution idéale. L'utilisation d'algorithme d'optimisation permet de réduire le nombre d'étapes dans la recherche d'une solution optimale. Le contrôle d'écoulement dans une conduite d'air peut être traité comme un problème de contrôle optimal. L'approche dite du contrôle optimal est formalisée en terme de minimisation d'une fonctionnelle coût ou objectif. Cette méthode est à l'origine développée par (Bewley et al., 2001) pour contrôler l'écoulement dans un canal turbulent par simulation numérique directe. Mathématiquement, des notions théoriques autour du contrôle optimal se retrouvent dans (Trélat, 2005) et permettent de montrer l'existence de solutions uniques pour certaines classes de problèmes d'optimisation. Les problèmes d'optimisation sont résolus notamment par l'utilisation d'algorithmes basés essentiellement sur le gradient de la fonctionnelle objectif qui permettent la recherche d'une solution optimale. Cette approche dite du gradient est résolue par l'introduction du système adjoint des équations (Gunzburger, 2000). La géométrie obtenue dépend de la fonctionnelle objectif. La fonctionnelle objectif est construite mathématiquement à partir de critères physiques que l'on souhaite minimiser. (Othmer, 2008) applique à des conduites d'aération automobiles deux fonctionnelles objectifs qui sont la réduction de la puissance dissipée ou l'uniformité de l'écoulement en sortie.

Dans cette étude, le contrôle optimal est appliqué sur une conduite d'aération en « Té ». Le choix de cette forme se justifie premièrement par le fait que les gaines de ventilation en Té sont communes dans les bâtiments. Deuxièmement les conduites d'aération en Té sont aussi à l'origine de pertes de charges importantes.

L'objectif de cette optimisation de forme est la réduction des pertes de charge entre l'entrée de la conduite et ses deux sorties. Une fois la géométrie optimale obtenue, il faut alors vérifier cette dernière en la testant numériquement.

2 FONDEMENTS MATHÉMATIQUES

2.1 CHOIX DE LA FONCTIONNELLE OBJECTIF

Le choix de cette fonctionnelle objectif conditionne le problème d'optimisation. Dans cette étude, on souhaite réduire les pertes de charge entre l'entrée et les sorties de la canalisation. Pour réduire les pertes de charge, on cherche à minimiser la puissance dissipée. La puissance dissipée E s'exprime de la façon suivante :

$$E = - \int_{\partial\Omega} p_t \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dA \quad (1)$$

où $\partial\Omega$, p_t et \mathbf{u} sont respectivement la frontière du domaine Ω , la pression totale et la vitesse du fluide sur un élément de surface dA . On cherche alors à minimiser la fonctionnelle objectif suivante :

$$\mathcal{J} = - \int_{\Gamma} \left(p + \frac{1}{2} v^2 \right) \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma \quad (2)$$

Γ est une partie de $\partial\Omega$.

2.2 ÉQUATIONS D'ÉTAT DU SYSTÈME ET CONDITIONS LIMITES

Le problème de contrôle optimal de cette étude est défini par :

- Des variables qui définissent le système. Il s'agit ici de la vitesse \mathbf{u} et de la pression p de l'air ainsi que k et ε qui sont spécifiques au modèle de turbulence RANS employé ;
- Un paramètre de contrôle α qui représente une porosité sur une cellule donnée. $\alpha\mathbf{u}$ est ajouté en tant que terme source aux équations de transport de la quantité de mouvement du modèle RANS $k-\varepsilon$. L'étude du champ de porosité après la simulation donnera la forme optimale de la conduite d'aération ;
- Des contraintes physiques \mathcal{F} (Tallet, 2013) qui traduisent l'évolution des variables du système en fonction du paramètre de contrôle. Dans notre cas, ce sont les équations turbulence RANS pour un fluide incompressible isotherme stationnaire. Le système suivant est posé : $\mathcal{S} = (S1, S2, S3, S4)$.

$$(S1, S2, S3)^T = (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla \cdot (2D(\mathbf{u})) + \nabla p + \alpha\mathbf{u} \quad (3)$$

$$S4 = -\nabla \cdot \mathbf{u} \quad (4)$$

$D(\mathbf{u})$ représente le tenseur des taux de déformation induit par le champ de vitesse \mathbf{u} . L'objectif est alors de trouver les valeurs de \mathbf{u} et de p telles que :

$$\mathcal{F}(\mathbf{u}, p, \alpha) = 0 \quad (5)$$

2.3 SYSTÈME ADJOINT

Pour changer le problème d'optimisation avec contraintes en un problème d'optimisation sans contrainte, on introduit le multiplicateur de Lagrange tel que :

$$\mathcal{L} = \mathcal{J} + \int_{\Omega} (\mathbf{u}^*, p^*) \cdot \mathcal{S} d\Omega \quad (6)$$

Soit (\mathbf{u}^*, p^*) un vecteur 1×4 . Les variables \mathbf{u}^* et p^* sont les multiplicateurs de Lagrange ou encore variables adjointes. Ces variables adjointes permettent d'imposer chacune des variables d'état du système.

La fonctionnelle de Lagrange admet un extremum lorsque \mathcal{L} est rendue « stationnaire » (Tallet, 2013) par rapport à chacun de ses arguments. Le calcul des variations impose alors $\delta\mathcal{L} = 0$

$$\delta\mathcal{L} = \delta_{\alpha}\mathcal{L} + \delta_v\mathcal{L} + \delta_p\mathcal{L} + \delta_{p^*}\mathcal{L} + \delta_{\mathbf{u}^*}\mathcal{L} \quad (7)$$

Celles-ci doivent vérifier :

$$\delta\mathcal{L} = 0 \text{ avec } \delta_{\alpha}\mathcal{L} = 0, \delta_{\mathbf{u}}\mathcal{L} = \delta_p\mathcal{L} = \delta_{\mathbf{u}^*}\mathcal{L} = \delta_{p^*}\mathcal{L} = 0 \quad (8)$$

Sur le domaine Ω , on obtient alors le système adjoint déduit des équations (7) et (8) :

$$\alpha \mathbf{u}^* - \nabla p^* + \nabla \cdot (2D(\mathbf{u}^*)) + 2D(\mathbf{u}^*) \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (9)$$

et

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0 \quad (10)$$

2.4 CONDITIONS AUX LIMITES ADJOINTES

CONDITIONS EN SORTIE

Pour déterminer ces conditions, nous avons utilisé les termes issus de l'équation (8) sur la condition aux limites. Ces conditions limites sont issues du développement des dérivées de Fréchet de la fonctionnelle de Lagrange \mathcal{L} . Il en ressort deux expressions, une pour la condition aux limites de la vitesse adjointe et l'autre pour la condition aux limites de pression adjointe. Dans la suite l'indice t fera référence à la composante tangentielle et l'indice n à la composante normale.

L'expression de la condition aux limites de la vitesse adjointe déduite du développement de l'équation (8) en sortie du domaine est :

$$0 = v_n (\mathbf{u}^*_t - \mathbf{u}_t) + \nu (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{u}^*_t \quad (11)$$

En première approximation on fera l'hypothèse que les gradients normaux et tangentiels sont nuls. Ce qui donne :

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{u}^*_t \quad (12)$$

On en déduit que la condition limite de la vitesse adjointe en sortie est :

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u} \quad (13)$$

Pour la condition limite de la pression adjointe l'expression issue de la dérivée de la fonctionnelle de Lagrange \mathcal{L} donne :

$$p^* = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^*) + u_n u_n^* + (\mathbf{n} \cdot \nabla) u_n^* - \frac{1}{2} u^2 - u_n^2 \quad (14)$$

Où $u_n = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})$, $u_n^* = (\mathbf{u}^* \cdot \mathbf{n})$, et $v = \|\mathbf{u}\|$.

En gardant l'hypothèse des gradients nuls, on a alors :

$$p^* = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^*) + u_n u_n^* + u_n^* - \frac{1}{2} u^2 - u_n^2 \quad (15)$$

CONDITIONS SUR LES MURS ET EN ENTRÉE

Le fluide est délimité par les frontières du domaine. Le fluide ne pouvant s'étendre au-delà de ces frontières, la vitesse adjointe \mathbf{u}^* est fixée comme nulle sur les parois. La vitesse adjointe permet numériquement de tester la condition d'optimalité. En entrée du domaine la vitesse adjointe est dans le sens opposé de la vitesse d'état, on a alors $\mathbf{u}_n = \mathbf{u}^*_n$.

Le système d'état, le système adjoint et les conditions aux limites adjointes sont alors implémentés sous OpenFOAM(Openfoam, 2013).

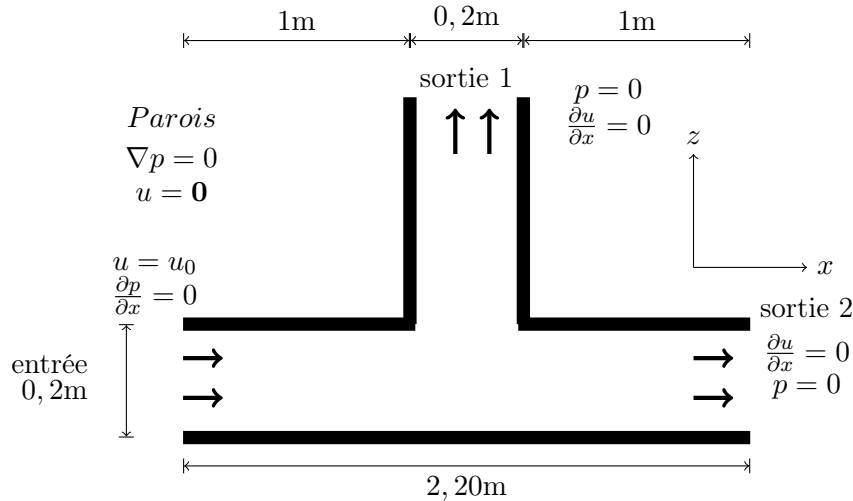


FIGURE 1. Configuration géométrique et conditions limites

3 MISE EN PLACE NUMÉRIQUE

3.1 MAILLAGE ET CONDITIONS AUX LIMITES

La description géométrique et les conditions limites sont données par la figure 1. Le problème étudié est celui d'une canalisation en trois dimensions de section $(0,2\text{m} \times 0,2\text{m})$. La longueur de la plus grande de la conduite rectiligne est de 2,20m. La géométrie est composée d'une entrée représentée sur le dessin par *entrée*. La conduite d'aération en T possède trois branches. La branche dans la direction de la *sortie 1* que l'on appellera *branche 1*. La seconde branche dans la direction de la *sortie 2* se décompose en une branche en amont de la jonction et une autre en aval de la jonction que nous appellerons la *branche 2*. Les branches 1 et 2 ont une longueur de 1m. Cette longueur est choisie pour que le régime turbulent soit totalement établi. La section de la canalisation est identique pour toutes les branches. La condition aux limites en vitesse à l'entrée est fixée telle que le nombre de Reynolds soit de 3000. Ce choix de nombre de Reynolds s'explique par la volonté d'être en régime turbulent soit pleinement établi avant la jonction en T. Sur les parois et en entrée, la condition aux limites en pression est laissée libre par l'utilisation d'un gradient nul. Aux *sortie 1* et *sortie 2* du domaine de calcul, la condition limites de pression est nulle. Une condition de type gradient nul est imposée en tant que condition limite en vitesse aux sorties. On fera l'hypothèse d'une turbulence homogène et isotrope dans l'ensemble du domaine. L'intensité de la turbulence est fixée à 5% à l'entrée. La longueur de mélange est fixée à un dixième du diamètre de la conduite. Le maillage proposé pour la discrétisation du domaine est composé de 87 000 cellules.

3.2 MÉTHODES NUMÉRIQUES

Les équations qui régissent le fluide et le problème adjoint seront résolus sur des volumes de contrôle discret soit par la méthode des volumes finis. Le contrôle de l'écoulement est réalisé par un algorithme d'optimisation basé sur le gradient de la fonctionnelle objectif. Dans notre étude nous fixerons une porosité maximale $\alpha = 250$. Les cellules qui obtiendront cette porosité seront par la suite qualifiées de cellules solides. Cet algorithme à direction de descente utilise un pas de descente fixe. Nous utiliserons la même valeur de pas de descente que (Othmer et al., 2006). Dans l'algorithme de résolution, le système d'équations d'état et le système d'équations adjointes sont résolus au moyen d'un algorithme SIMPLE. Un schéma du premier ordre *upwind* est employé pour discrétiser les termes convectifs dans les équations. Pour les termes diffusifs, c'est un schéma du second ordre qui est implémenté. Les systèmes d'équations résultant seront

résolus selon les méthodes suivantes :

- GAMG, pour la pression d'état et la pression adjointe ;
- Gauss-Seidel pour la vitesse d'état et la vitesse adjointe.

4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

4.1 ÉTUDE DU CAS NON OPTIMISÉ

La simulation de cas non optimisé aide à comprendre comment l'énergie du fluide est dissipée. Cette conduite d'aération en Té présente un écoulement majoritaire dans la branche 2 (figure 1). Le profil de vitesse dans cette direction présente un maximum au centre de la conduite avec une valeur de $0,28\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Sur la figure 2 présente une zone de recirculation dans la branche 1. Cette zone de recirculation est présente à proximité de la jonction. La longueur de cette recirculation est de $0,7\text{m}$. Cette zone de recirculation provoque un rétrécissement du tube de courant dans le plan présenté. La largeur du minimale du tube de courant est de $0,06\text{m}$.

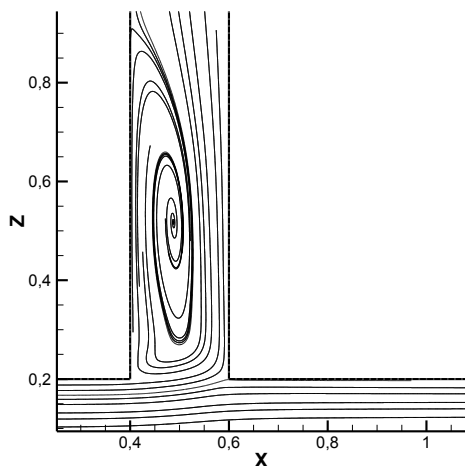


FIGURE 2. Lignes de courant sur une coupe à $y=0,1\text{m}$ dans le plan de symétrie XOZ (zoom)

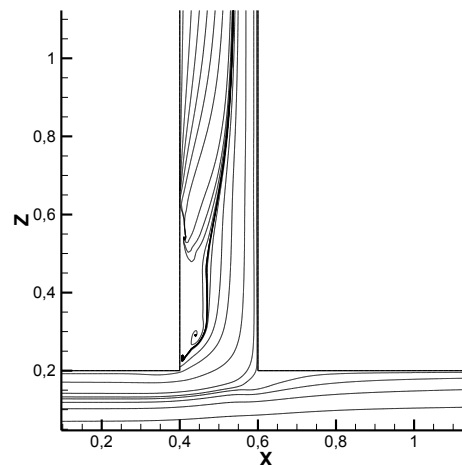


FIGURE 3. Lignes de courant du cas optimisé sur une coupe de la conduite d'aération à $y=0,1\text{m}$ dans le plan de symétrie XOZ (zoom)

4.2 ÉTUDE DU CAS OPTIMISÉ

Après optimisation la recirculation dans la branche 1 n'est plus visible (figure 3). Le tube de courant est plus large que celui observé lors de la simulation initiale. Les lignes de courant contournent une zone située entre $x = 0,4\text{m}$ et $x = 0,45\text{m}$. La zone contournée correspond à une zone où la porosité est élevée (figure 4). Le contour de la zone où la porosité est élevée dessine la forme de la géométrie optimale. Cette géométrie est incluse dans la géométrie initiale. Cette création de porosité dépend principalement de la condition d'optimalité de notre problème :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \alpha} = \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{u}_i^* V_i \quad (16)$$

L'algorithme d'optimisation vérifie la condition d'optimalité sur chacune des cellules du domaine de calcul. La sensibilité désirée pour chaque volume de cellule du maillage V_i est le produit scalaire entre la vitesse d'état et la vitesse adjointe. Si la condition d'optimalité est vérifiée alors

la cellule est considérée comme productive. Une cellule du domaine considéré comme productive est affectée d'une valeur de porosité faible et sera assimilée à du fluide.

Par opposition si la condition d'optimalité montre que le produit scalaire entre la vitesse primaire et la vitesse adjointe est nul alors la cellule est considérée comme contre-productive. Une cellule contre-productive est alors assimilée à du solide. Après optimisation, cette répartition de porosité donne une forme optimale pour la canalisation en Té.

L'étude du champ de porosité montre deux zones (figure 4) où la valeur de ce paramètre de contrôle est élevée. Des zones où les cellules sont productives ont des valeurs de α nulles. Deux zones de porosité élevée sont mises en avant par l'algorithme l'une située à ($x = 0,4m$ et $z = 0,2m$) et l'autre située entre ($x = 0,56m$ et $x = 0,67m$). Elles contribuent à réduire la taille de la recirculation (Figure 3).

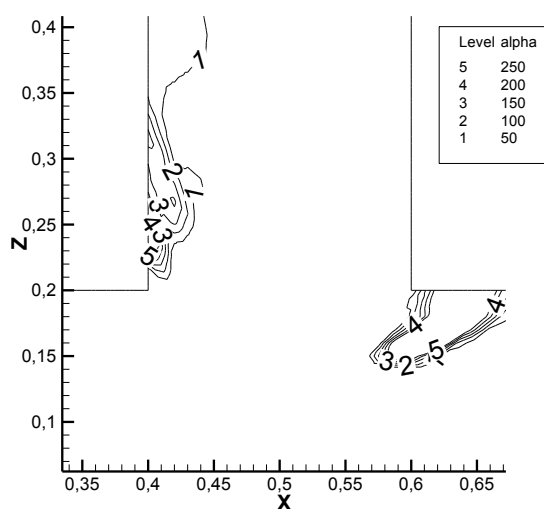


FIGURE 4. Champ de porosité sur une coupe à $y=0,1m$ dans le plan de symétrie XOZ (zoom)

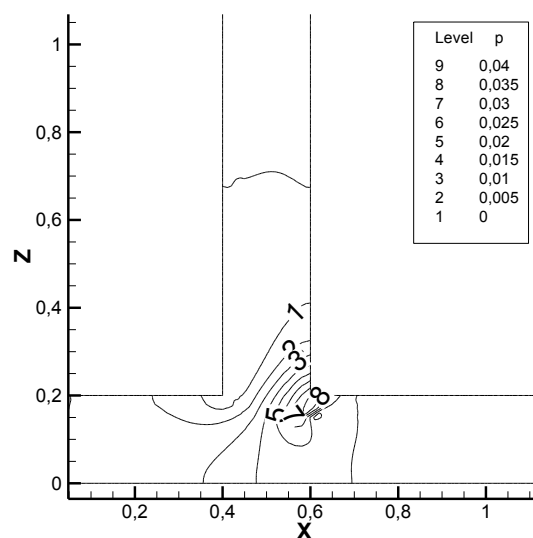


FIGURE 5. Champ de pression sur une coupe à $y=0,1m$ de la conduite optimisée dans le plan de symétrie XOZ (zoom)

L'objectif principal de cette étude est de trouver une forme optimale pour la réduction des pertes de charge entre l'entrée et les sorties de la conduite d'aération. Le tableau 1 renseigne sur la différence de pression entre l'entrée et les sorties pour les deux formes de conduite. La pression est obtenue par une moyenne pondérée par les surfaces des conditions limites. Ce tableau montre que la différence de pression est plus grande pour la canalisation non optimisée. Les pertes de charges dépendent de la différence de pression entre l'entrée et les sorties. La nouvelle forme de la conduite contribue donc à la réduction des pertes de charge. Cette différence relative est de 13%.

	p_{entree}	$p_{sortie1}$	$p_{sortie2}$	$ \Delta p _1$	$ \Delta p _2$
Cas optimisé	0,015662	0	0	0,015662	0,015662
Cas non optimisé	0,0180506	0	0	0,0180506	0,0180506

TABLE 1: Tableau des différences de pression entre l'entrée et les sorties du Té

5 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Cette étude a permis de trouver une forme optimale pour une conduite d'aération en forme de Té. La forme optimale est obtenue par la formation de zones poreuses dans le domaine de

calcul qui permet d'atteindre l'objectif fixé par la fonctionnelle coût. L'obtention de valeurs de porosité élevées permet de délimiter le contour de la forme optimale. Les zones où la porosité est élevée sont principalement situées là où se situent les angles à 90 degrés de la branche 1. L'adoucissement de ces angles permet alors la réduction de pertes de charge et également de favoriser l'écoulement vers les deux sorties. Cela permet aussi d'éliminer la zone de recirculation dans la branche 1 et favorise l'écoulement. Dans un contexte de réhabilitation de bâtiment, le remplacement d'un Té existant par cette forme optimale est intéressant. L'application d'une telle méthode d'optimisation de formes est donc économiquement très attrayante. L'algorithme de contrôle rajoute seulement de la matière, mais cela est intéressant pour optimisation de forme avec une géométrie de départ fixe. Dans le cas d'une réhabilitation de bâtiment, si l'on est contraint spatialement on peut alors rajouter des éléments à la géométrie existante pour lui donner la forme optimale. Cela permet à moindre coût d'améliorer la ventilation du bâtiment à réhabiliter. La réduction de la puissance dissipée est une première étape dans le processus de contrôle de l'écoulement de l'amélioration d'une conduite d'aération. De nouvelles fonctionnelles objectifs, peuvent être couplés pour améliorer l'écoulement dans la conduite. Une validation numérique et expérimentale de la géométrie obtenue par la suite est nécessaire pour confirmer l'optimisation réalisée.

6 BIBLIOGRAPHIE

RÉFÉRENCES

- Bewley, T. R., Moin, P., & Temam, R. (2001). DNS-based predictive control of turbulence : an optimal benchmark for feedback algorithms. *Journal of Fluid Mechanics*, 447(2), 179–225.
- Gunzburger, M. (2000). Adjoint equation-based methods for control problems in incompressible, viscous flows. *Flow, Turbulence and Combustion*, 65(3-4), 249–272.
- Openfoam (2013). <http://www.openfoam.com/>.
- Othmer, C. (2008). A continuous adjoint formulation for the computation of topological and surface sensitivities of ducted flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 58(8), 861–877.
- Othmer, C., Kaminski, T., & Giering, R. (2006). Computation of topological sensitivities in fluid dynamics : cost function versatility. In *ECCOMAS CFD* (pp.5).
- Tallet, A. (2013). *Alexandra TALLET Contrôle des écoulements par modèles d'ordre réduit, en vue de l'application à la ventilation naturelle des bâtiments*. PhD thesis.
- Trélat, E. (2005). *Contrôle optimal : théorie & applications*. Vuibert Paris.