

Une surface de réponse à base de polynômes de chaos pour l'analyse des incertitudes à l'échelle du bâtiment

Rania MERHEB*¹, Laurent MORA¹, Elena PALOMO¹

¹ I2M, dépt TREFLE- UMR CNRS 5295

Esplanade des Arts et Métiers 33405 Talence Cedex,

*rania.merheb@ensam.eu

RESUME. Le but de ce travail est de proposer une méthodologie pour l'analyse de sensibilité et la propagation d'incertitude pour une prévision fiable du comportement thermique des bâtiments avec le moindre coût en termes de simulation. Cette méthodologie est basée sur le couplage de deux logiciels : un logiciel de modélisation (EnergyPlus) et une bibliothèque python dédiée au traitement des incertitudes (OpenTurns). Grâce à OpenTurns un polynôme de chaos est construit pour la sortie en question après une série de simulations réalisée sur EnergyPlus en tenant compte des incertitudes liées aux entrées. La maison expérimentale Double Mur (DM) de la plate-forme INCAS de l'Institut national de l'énergie solaire (INES) est considérée pour tester la méthode. Nous avons constaté qu'avec 2000 simulations, il est possible d'obtenir les indices totaux de Sobol ainsi que propager les incertitudes sur les besoins annuels de chauffage, tandis qu'avec la méthode FAST, par exemple, nous aurons besoin d'au moins 8200 simulations que pour exécuter une analyse de sensibilité globale.

MOTS-CLÉS : analyse de sensibilité, propagation des incertitudes, polynômes de chaos

ABSTRACT. The aim of this work is to propose a methodology for sensitivity analysis and uncertainty propagation for a reliable prediction of buildings thermal behavior with the least cost in terms of simulation. This methodology is based on coupling two software: modeling software (EnergyPlus) and a python module dedicated for uncertainty treatment (OpenTurns). OpenTurns will construct a chaos polynomial for the output in question after a series of simulations performed on EnergyPlus taking into account uncertainties related to inputs. The double wall experimental house of INCAS's platform of the French National Institute of Solar Energy (INES) is considered to test the method. We found that with 2000 simulations it is possible to obtain the total Sobol indices and to propagate uncertainty on the annual heating needs, while with Fast method, for example, we need at least 8200 simulations to execute a global sensitivity analysis only.

KEYWORDS : sensitivity analysis, uncertainty propagation, chaos polynomial

1. INTRODUCTION

La conception de bâtiments à faible consommation d'énergie est devenue un enjeu très important afin de minimiser la consommation d'énergie et les émissions de gaz à effet de serre associées. Pour atteindre cet objectif, il est indispensable de connaître les sources potentielles de biais et d'incertitude dans le domaine de la modélisation thermique des bâtiments et de les caractériser et de les évaluer d'autre part. La phase de conception devient donc de plus en plus importante. En effet, c'est au cours de cette phase cruciale que les décisions importantes sont prises pour assurer la performance énergétique des bâtiments.

Pour répondre aux exigences actuelles en termes de prévisions fiables du comportement thermique des bâtiments, la prise en compte des incertitudes devient inévitable. De nombreuses études ont traité

l'effet de différents types d'incertitudes sur le comportement des bâtiments telles que (Qin et al 2009), (De Wilde et Tian 2011), (Hopfe et Hensen 2011) et (Wang et al 2012).

Pour évaluer l'effet des incertitudes une analyse de sensibilité et d'incertitude sont nécessaires. Ces méthodes sont souvent coûteuses en termes de temps de calcul et le nombre de simulations requis. Dans l'étude réalisée dans (Mara et Rakoto Joseph 2008) sur l'évaluation de la fiabilité des résultats de l'analyse de sensibilité globale par rapport au nombre de simulations réalisé, les auteurs ont constaté qu'une taille d'échantillon de 513 par paramètre est un bon compromis entre la réduction des incertitudes sur les résultats et le temps nécessaire pour l'analyse de sensibilité avec la méthode FAST. Par conséquent, le temps de calcul devient de plus en plus important que le nombre de paramètres incertains considéré augmente. Dans cet article, nous allons proposer une méthode pour réduire considérablement le nombre de simulations nécessaires. L'idée principale est de remplacer la sortie d'intérêt par un méta-modèle à base de polynômes de chaos. En utilisant les coefficients de ce polynôme, on peut en déduire facilement les indices de Sobol et les caractéristiques probabilistes de la sortie considérée

Dans ce qui suit, nous allons décrire d'abord la méthodologie proposée pour l'analyse de sensibilité et d'incertitude. Le cas test sera ensuite présenté ainsi que le processus de couplage. Ensuite, cette méthodologie sera appliquée au cas test décrit pour les besoins annuels en chauffage et les résultats seront présentés et discutés.

2. METHODOLOGIE ET CAS TEST

2.1. DESCRIPTION DE LA METHODOLOGIE

L'approche proposée permet de sélectionner et de hiérarchiser les paramètres les plus influents, donc les paramètres qui sont responsables de la grande partie des incertitudes sur la réponse simulée. Cette démarche nous permet aussi de propager les incertitudes des paramètres sélectionnés sur les sorties qui nous intéressent afin de fixer un intervalle de confiance sur la prévision. Les 3 étapes permettant d'achever les objectifs fixés sont les suivants :

- Une étude de sensibilité locale qui permet de sélectionner les paramètres les plus influents sur la sortie, parmi un grand nombre de paramètres au départ, en faisant varier un paramètre à la fois de 1% de sa valeur nominale ;
- Fixer une plage d'incertitudes ainsi qu'une loi de distribution de probabilité pour chacun des paramètres sélectionnés, puis lancer une série de simulations en faisant varier tous les paramètres à la fois ;
- Construire un méta-modèle à base de polynôme de chaos. Ce dernier nous permet de réaliser l'analyse de sensibilité globale, donc d'évaluer la responsabilité de chaque paramètre sur l'incertitude de la sortie, grâce aux indices de Sobol que nous pouvons déduire facilement. Ce méta-modèle nous permet également d'évaluer rapidement la moyenne et l'écart-type de la sortie donc d'accéder au résultat de la propagation d'incertitude des différents paramètres incertains sur la sortie ;

Les auteurs dans (Crestaux et al. 2009) ont montré que les indices de Sobol calculés à partir du polynôme de chaos convergent rapidement (un petit nombre de simulations est nécessaire) lorsque la sortie est lisse vis-à-vis des paramètres incertains. Cette étude a également mené à dire que même si la sortie est lisse, cette méthode reste valable pour un nombre limité de paramètres : 10 à 20 paramètres

incertains. Au-delà de ce nombre la méthode nécessite un nombre excessif de simulations pour arriver à la convergence. Pour cette raison, nous avons choisi de mener une étude de sensibilité locale, en première étape, afin de réduire le nombre de paramètres d'entrée et pouvoir profiter des avantages de ce type de méta-modèle.

La méthodologie décrite ci-dessus est réalisée grâce à un couplage EnergyPlus-OpenTurns. Les détails de ce couplage ainsi que la définition et l'intégration des polynômes de chaos dans OpenTurns sont décrits dans (Merheb 2013). Nous allons nous limiter à présenter les critères de choix du polynôme.

2.2. COMMENT FAIRE LE CHOIX DU POLYNOME ?

Le choix du méta-modèle, qui pourra remplacer notre modèle, ou particulièrement notre sortie d'intérêt est une étape délicate. Nous pouvons récapituler ce choix du méta-modèle par 2 étapes :

- Choix du degré optimal du polynôme ;
- Choix de la taille de l'échantillon ou la taille de la base de données de la sortie ;

Pour le choix du degré optimal du polynôme, nous divisons la base de données de la sortie en 2 sous-bases selon la théorie d'apprentissage : une base d'apprentissage qui correspond à 90% de la taille totale de l'échantillon et une base de validation qui correspond au 10% restant. La construction du méta-modèle se fait sur la base d'apprentissage alors que la base de validation permet de valider ou rejeter le méta-modèle. Sur cette base de validation, nous allons calculer l'erreur quadratique qui indique si l'écart entre les 2 modèles est globalement petit. L'expression de cette erreur est la suivante, avec n_v la taille de la base de validation :

$$L^2 = \sqrt{\frac{1}{n_v} \sum_{i=1}^{n_v} [g(\underline{X}_i) - \tilde{g}(\underline{X}_i)]^2} \quad (1)$$

Pour le choix du degré optimal du polynôme, nous construisons le méta-modèle sur la base d'apprentissage et nous testons l'erreur décrite précédemment, si cette erreur diminue en augmentant le degré du polynôme alors nous continuons à augmenter ce degré jusqu'à ce que cette erreur commence à augmenter. A cet instant nous arrêtons d'augmenter le degré du polynôme, et le degré optimal correspond au dernier degré avant que l'erreur quadratique n'ait commencé à augmenter. Cette taille d'échantillon n'est pas suffisante pour construire un polynôme de degré supérieur.

Une fois le degré optimal du polynôme choisi à partir d'une taille donnée de simulations, il est temps de vérifier si cette taille est satisfaisante ou non. Ce choix est très subjectif et dépend des objectifs recherchés. L'idée est de calculer l'erreur quadratique sur la totalité de l'échantillon dont on dispose, si cette erreur est satisfaisante par rapport aux objectifs recherchés alors cette taille d'échantillon de départ est assez suffisante. Si ce n'est pas le cas, le degré choisi n'est pas suffisant pour reproduire fidèlement le modèle alors il faut construire un polynôme de degré supérieur par suite il faut augmenter la taille de l'échantillon.

2.3. DESCRIPTION DU CAS TEST

La maison DM est bâtie sur un vide sanitaire de 0,8 m de hauteur. Ce vide sanitaire est isolé par du polystyrène extrudé imperméable à l'eau de 20 cm d'épaisseur et d'une conductivité de 0.029 [W/(m.K)]. Le mode constructif adopté pour cette maison est le double mur en aggloméré béton de 15 cm d'épaisseur, entre lesquelles une couche isolante minérale est insérée. L'isolant utilisé est la laine

de verre de 20 cm d'épaisseur et de conductivité 0.035 [W/m.K]. Cette maison expérimentale comporte 2 surfaces habitables, avec une hauteur sous-plafonds de 2,4 m à l'étage et 2,7 m au RDC en tenant compte des faux plafonds. Quant aux dimensions intérieures, il s'agit de 7,5 m en longueur et 6,5 m en largeur. La maison dispose de combles non chauffés, tout comme le vide sanitaire. Ces combles sont isolés par 20 cm de laine de verre, contrairement aux planchers intermédiaires qui ne le sont pas. La façade sud présente des larges surfaces vitrées qui représentent 28 % des surfaces vitrées totales, contre 10% à l'ouest, 5% à l'est et 2,5% au nord. Cette façade est protégée par un balcon avec un toit avancé pour la période estivale. Il s'agit du double vitrage partout sauf côté nord où le choix était de faire du triple vitrage pour minimiser les pertes thermiques durant la période hivernale.

EnergyPlus est utilisé pour modéliser cette maison. En se basant sur l'étude menée dans (Crawley 1998), le fichier météo utilisé pour alimenter la simulation thermique dynamique de la maison double mur est un fichier météo typique de Chambéry avec le format TMY2. Un scénario d'occupation et de dégagement de chaleur équivalent à une famille de 4 personnes économe en énergie a été considéré. Les scénarios de dégagement de chaleur dû à l'électroménager ainsi que le scénario d'occupation sont présentés dans les figures 1 et 2. Les hypothèses de modélisation ont été décrites dans (Spitz et al. 2012) où cette maison a été utilisée pour comparer les mesures et les simulations réalisées sur une période spécifique avec un scénario spécifique.

3. RESULTATS ET DISCUSSION

3.1. CHOIX DES PARAMETRES INCERTAINS

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés uniquement à étudier l'effet des paramètres de type statique. Au total, nous avons considéré 143 paramètres incertains sur lesquels nous avons effectué une analyse de sensibilité locale pour sélectionner les paramètres les plus influents. Ces paramètres sont de différents types :

- Les paramètres thermo-physiques, l'épaisseur et la conductivité des différents matériaux opaques composant l'enveloppe du bâtiment ;
- Les caractéristiques de vitrage des matériaux translucides (transmission, réflexion, ...) ;
- L'absorptivité et l'émissivité des enduits intérieurs et extérieurs ;
- Les caractéristiques des volets et la résistance de la porte d'entrée ainsi que son émissivité et son absorptivité ;
- Le débit de ventilation et sa répartition entre les 2 zones (RDC et étage), Le débit d'infiltration d'air, l'albédo, l'efficacité de l'échangeur double flux ;
- Les coefficients d'échanges convectifs horizontal et vertical, à l'intérieur et à l'extérieur ;

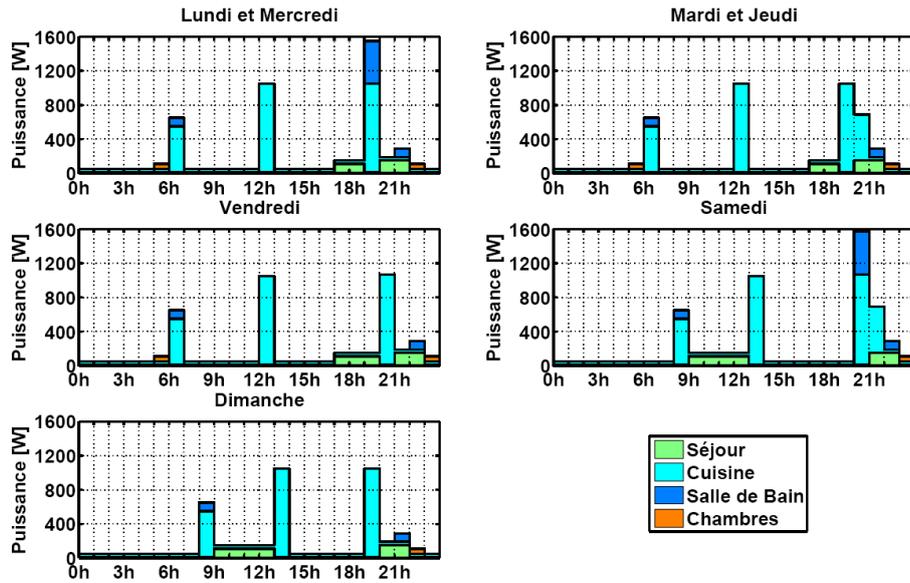


Figure 1 : Scénarios de charges internes liés à l'électroménager

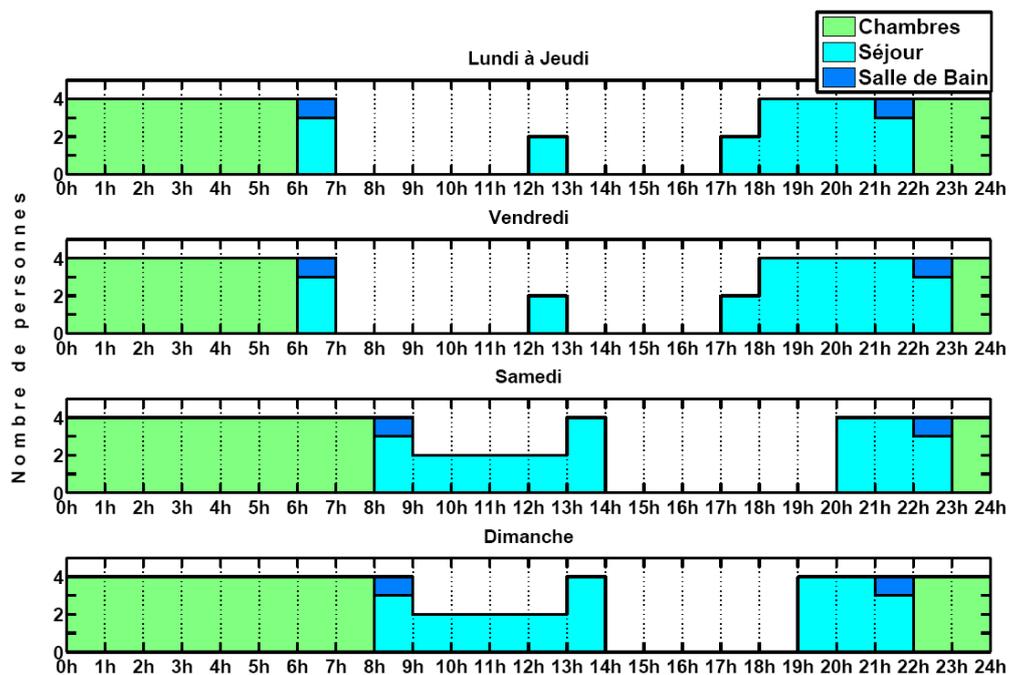


Figure 2 : Scénarios d'occupation

3.2. APPLICATION DE LA METHODOLOGIE PROPOSEE

3.2.1. Première étape : Analyse de sensibilité locale

Afin d'obtenir des indices de sensibilité compris entre -1 et 1, nous avons divisé tous les indices par l'indice de sensibilité le plus grand (expression (2)). Le classement des paramètres résultant de l'analyse de sensibilité locale n'est qu'un classement préliminaire. C'est grâce à l'analyse de sensibilité globale que nous déterminerons la part de responsabilité de chaque paramètre sur l'incertitude de la sortie. Le signe de l'indice de sensibilité locale, nous renseigne sur le sens de la variabilité de la sortie vis-à-vis du paramètre mis en question. Si ce signe est positif, alors la sortie augmente en augmentant la valeur de ce paramètre, et si cet indice est négatif c'est l'inverse.

$$S_i \approx x_i \frac{y(x_1, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_n) - y(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}{\Delta x_i S_{\max}} \quad (2)$$

Pour sélectionner les paramètres les plus influents, nous avons fixé un indice de sensibilité minimal, en valeur absolue, au-delà duquel nous considérons que le paramètre est influent. Cet indice est fixé à 0,2. En conséquent, 16 paramètres sont sélectionnés. Ces paramètres sont les suivants :

- L'efficacité de l'échangeur double flux ;
- La résistance thermique de la couche isolante : l'épaisseur et la conductivité de la laine de verre ;
- Les caractéristiques physiques de la chape : sa résistance thermique, sa masse volumique et sa chaleur spécifique ;
- Les caractéristiques du vitrage : la transmission du vitrage extérieur double et la réflexion du vitrage intérieur double ;
- L'épaisseur du carrelage et de la dalle du plancher intermédiaire ;
- La chaleur spécifique et la masse volumique de la poutrelle entrevous du plancher intermédiaire et également son épaisseur ;
- La résistance thermique du polystyrène extrudé ;

3.2.2. 2^{ème} étape : quantification des incertitudes et distribution de probabilité des paramètres sélectionnés

En tenant compte de (Macdonald 2002), une loi normale est la distribution la plus précise et convenable pour des paramètres physiques déterminés à partir des mesures. Selon la même référence, une loi uniforme est adaptée pour des paramètres mal définis donc pour des paramètres dont nous disposons uniquement de leur borne inférieure et supérieure. Par conséquent, pour les paramètres thermo-physiques des matériaux ainsi que les épaisseurs et les propriétés des vitrages, ce sera des lois normales. Alors que pour l'efficacité de l'échangeur ce sera une loi uniforme. Pour les épaisseurs des matériaux formant l'enveloppe et la structure de la maison DM, nous avons considéré une incertitude de 10% suite à des incertitudes importantes lors de la fabrication. Ce n'était pas le cas pour le polystyrène, où nous avons considéré 3% d'incertitude sur son épaisseur étant donné que sa fabrication est fiable. Pour le carrelage, nous avons supposé une incertitude de 5% sur son épaisseur parce qu'il est conçu et fabriqué en usine. Pour toutes les conductivités, c'est des incertitudes de 5%, cette valeur a été déterminée par le CSTB. Pour les propriétés de vitrages, nous avons considéré des incertitudes de 10%. Finalement, pour l'efficacité de l'échangeur, ce sera une loi uniforme avec une incertitude de 10%.

3.2.3. 3^{ème} étape : construction du méta-modèle

Le choix de la taille de l'échantillon à partir duquel nous construisons le méta-modèle est très subjectif et dépend des objectifs. Dans notre cas, nous étions intéressés à trouver un polynôme de degré 2 avec le moindre coût possible en terme de nombre de simulations. Le degré recherché 2 est pour pouvoir accéder aux indices de Sobol d'ordre total, donc pour étudier l'interaction entre les paramètres incertains pour la sortie considérée. Un polynôme de degré 1 correspond à une relation linéaire entre les paramètres incertains, donc il nous donne accès uniquement aux indices de Sobol de premier ordre, la responsabilité de chaque paramètre sur l'incertitude de la sortie indépendamment des autres paramètres. Un polynôme de degré supérieur à 2 nécessite plus de temps pour évaluer le modèle, beaucoup plus de coefficients à calculer et surtout il nécessite un nombre de simulations

important. En effet, le nombre de coefficients du polynôme dépend du degré du polynôme et bien évidemment du nombre de paramètres incertains. En conséquent, le fait de considérer un polynôme de degré supérieur nous conduit à un nombre de coefficients très important et par suite un temps d'évaluation du modèle plus long. Nous avons choisi alors de faire un compromis et rechercher la taille minimale de l'échantillon qui nous permet de construire un méta-modèle à base de polynôme de chaos de degré 2. Avec un polynôme de degré 2 et 16 paramètres incertains, OpenTurns aura 154 coefficients à calculer. En appliquant la règle de sélection du polynôme décrit dans 2.2, nous avons trouvé que 2000 simulations sont suffisantes pour construire un polynôme de degré 2 avec une erreur relative de 6% par rapport au modèle, erreur calculée sur toute la base de données, ce qui nous a paru assez satisfaisant. Au-delà de ce nombre de simulations on gagne que très peu en erreur, et au deçà le polynôme obtenu est un polynôme de degré 1. Les détails de ce choix sont dans (Merheb 2013).

3.3. RESULTATS DE L'ANALYSE DE SENSIBILITE ET D'INCERTITUDES

Suite au choix du méta-modèle, les indices de Sobol de premier ordre et d'ordre total sont facilement déductibles. La figure 3 représente le classement des 16 paramètres incertains par ordre de responsabilité aux incertitudes sur les besoins de chauffage. Nous avons classé ces paramètres selon l'indice de Sobol d'ordre total, qui représente la responsabilité de chaque paramètre dans sa plage d'incertitude interagissant avec les autres sur l'incertitude de la sortie. Les paramètres ayant les indices les plus élevés sont l'efficacité de l'échangeur double flux en relation avec le système énergétique et l'épaisseur de laine de verre le matériau utilisé pour l'isolation des murs verticaux de la maison. Ce dernier matériau possède une grande incertitude sur son épaisseur, vue sa souplesse, donc le mieux c'est de remplacer ce matériau par un autre matériau d'isolation, de même performance mais dont les caractéristiques sont mieux connues vu le grand effet de l'isolation sur les besoins de chauffage. Nous pouvons remarquer que juste 2 paramètres participent majoritairement à l'incertitude de la sortie. Une faible variation entre les indices de premier ordre et d'ordre total est noté ce qui signifie que nous avons des faibles interactions entre les paramètres, un polynôme de degré 1 aurait été donc suffisant. A partir de cette analyse, nous pouvons dire que le concepteur doit bien connaître les paramètres les plus influents et essayer de bien quantifier leur incertitude pour garantir les indicateurs de performance.

Pour les résultats de la propagation d'incertitudes, nous pouvons déduire facilement la moyenne et l'écart-type de la sortie à partir des coefficients du polynôme de chaos. Pour la sortie testée, nous avons trouvé une moyenne de 9,6 [KWh/m²/an], une incertitude absolue de $\pm 2,27$ et une incertitude relative de 23%. Ces chiffres soulignent une grande incertitude sur les prévisions du comportement thermique de la maison considérée et mettent en évidence la nécessité d'intégrer les incertitudes sur les paramètres d'entrée de type statique pour une simulation thermique dynamique fiable.

4. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons proposé une méthode permettant de réaliser une analyse de sensibilité et d'incertitude avec un coût réduit en termes de simulations. Cette réduction radicale en nombre de simulations requis est due à l'utilisation des méta-modèles à base de polynômes de chaos. Cette méthodologie a été appliquée aux besoins annuels de chauffage de la maison double mur de la plateforme INCAS. Nous avons constaté que cette sortie est très sensible au matériau d'isolation et au système de ventilation d'où la nécessité de bien connaître ces paramètres pour des prévisions fiables.

Ces derniers développements offrent de nombreuses perspectives. Le polynôme de chaos demeurant un modèle de dimension réduite capable de reproduire assez fidèlement la réponse d'un modèle complexe sur l'ensemble de la plage de variation des paramètres sélectionnés, celui-ci peut être utilisé pour remplacer le modèle détaillé avec un coût de calcul extrêmement faible. Ces modèles peuvent être pertinents pour un ensemble d'applications telles que par exemple la modélisation d'un parc de bâtiment aux paramètres semblables.

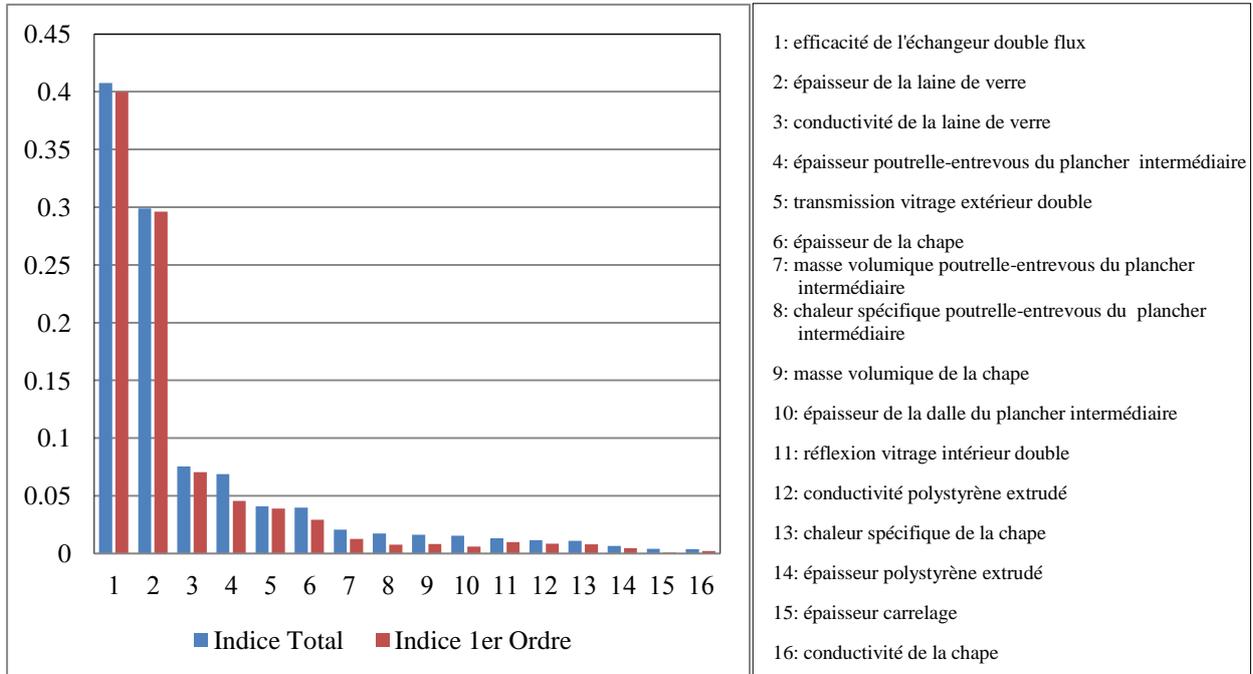


Figure 3 : Indices de Sobol de 1^{er} ordre et d'ordre total

5. BIBLIOGRAPHIE

- Crawley, Drury B. 1998 «Which weather Data should you use for energy simulations of commercial buildings?», *Ashare transaction* 104 part 2.
- Crestaux, Thierry , Olivier Le Maître, Jean-Marc Martinez. 2009 «Polynomial chaos expansion for sensitivity analysis», *Reliability Engineering and System Safety*, vol 94, p. 1161-1172.
- De Wilde, Pieter, Wei Tian. 2011 «Uncertainty and sensitivity analysis of building performance using probabilistic climate projections: A UK case study», *Automation in Construction*, vol. 20, p. 1096-1109.
- Hopfe, Christina J, Jan L.M. Hensen. 2011 «Uncertainty analysis in building performance simulation for design support», *Energy and Buildings*, vol. 43(10), p. 2798-2805.
- MacDonald, I. A. 2002 «Quantifying the effects of uncertainty in building simulation», Thèse de doctorat, Université de Strathclyde.
- Mara, T.A., O. Rakoto Joseph. 2008 «Comparison of some efficient methods to evaluate the main effect of computer model factors», *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 78, p. 167-178.
- Merheb, Rania. 2013 « Fiabilité des outils de prévision du comportement des systèmes thermiques complexes », thèse de doctorat, Université Bordeaux 1.
- Qin, Menghao, Rafik Belarbi, AbdelKarim Ait-Mokhtar, Francis Allard. 2009 «Simulation of coupled heat and moisture transfer in air-conditioned buildings», *Automation in Construction*, vol. 18, p. 624-631.
- Spitz, Clara, Laurent Mora, Etienne Wurtz, et Arnaud Jay. 2012. « Practical application of uncertainty analysis and sensitivity analysis on an experimental house ». *Energy and Buildings*, vol. 55, p. 459-470.
- Wang, Liping, Paul Mathew, Xiufeng Pang. 2012 «Uncertainties in energy consumption introduced by building operations and weather for a medium-size office building», *Energy and Buildings*, vol. 53, p. 152-158.