



Modélisation simplifiée des ponts thermiques

Simulation énergétique

Julien Quinten

Julien.quinten@umons.ac.be



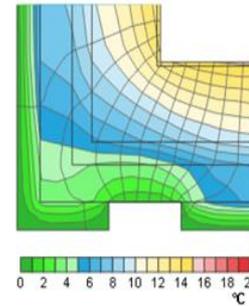
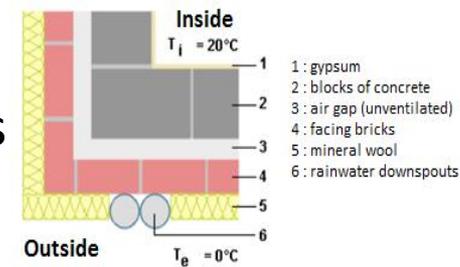
Plan

- Introduction
- Méthode proposée
- Méthode appliquée à une structure 1D
- Méthode appliquée à un pont thermique
- Conclusion

Introduction



- Utilisation de logiciels
 - Prédire la consommation des bâtiments
 - Imprécisions
 - Ponts thermiques (jusqu'à 40%)
- PT : zone de l'enveloppe où la résistance est modifiée sensiblement
 - Changement de forme, de matériau, d'épaisseur
 - Flux de chaleur 2D ou 3D \gg 1D (paroi courante)
 - Pertes de chaleur
 - Risque de condensation et d'encrassement
 - Parois froides
 - Aspect statique OK, mais pas dynamique ! (simplement)



Méthode proposée



- Mur équivalent
 - Structure 1D multicouche (3 couches)
 - Comportement thermique identique
 - Détermination des R_j , C_j
 - Déduction des e_j , ρ_j , c_j , λ_j à introduire dans le logiciel
 - Valables quelque soit le pas de temps, mais pas si propriétés = $f(T)$
- Conditions à respecter
 - Résistance totale R
 - Capacité totale C
 - Facteurs de structure ϕ
 - Flux de chaleur harmonique

Méthode proposée



- Facteurs de structure ϕ
- Via les facteurs de réponse $G(k)$:

- $q_{si}(n\Delta) = \frac{1}{R} \times \left(\sum_{k=0}^{n-1} T_{se}((n-k)\Delta) \times G_{ie}(k) - \sum_{k=0}^{n-1} T_{si}((n-k)\Delta) \times G_{ii}(k) \right)$

- $q_{se}(n\Delta) = \frac{1}{R} \times \left(\sum_{k=0}^{n-1} T_{se}((n-k)\Delta) \times G_{ee}(k) - \sum_{k=0}^{n-1} T_{si}((n-k)\Delta) \times G_{ie}(k) \right)$

- $\sum_{k=0}^{\infty} G_{ii}(k) = \sum_{k=0}^{\infty} G_{ie}(k) = \sum_{k=0}^{\infty} G_{ee}(k) = 1$

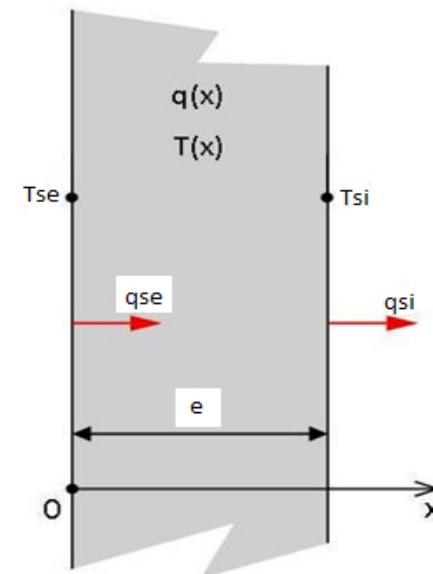
- Avec Δ : période d'échantillonnage (s)

- $\phi_{ii} = -\frac{\Delta}{R C} \times \sum_{k=1}^{\infty} k \times G_{ii}(k)$

- $\phi_{ee} = -\frac{\Delta}{R C} \times \sum_{k=1}^{\infty} k \times G_{ee}(k)$

- $\phi_{ie} = \frac{\Delta}{R C} \times \sum_{k=1}^{\infty} k \times G_{ie}(k)$

- $\phi_{ii} + \phi_{ee} + 2 \times \phi_{ie} = 1$



Méthode proposée



- Facteurs de structure ϕ
 - Pour une structure 1D à 3 couches (int-1-2-3-ext) : $f(R_j, C_j)$
 - $$\phi_{ii} = \frac{1}{R^2 C} \times \left(C_1 \times \left(\frac{R_1^2}{3} + R_1 \times (R_2 + R_3) + (R_2 + R_3)^2 \right) + C_2 \times \left(\frac{R_2^2}{3} + R_2 \times R_3 + R_3^2 \right) + C_3 \times \left(\frac{R_3^2}{3} \right) \right)$$
 - $$\phi_{ie} = \frac{1}{R^2 C} \times \left(C_1 \times \left(-\frac{R_1^2}{3} + \frac{R_1 \times R}{2} \right) + C_2 \times \left(-\frac{R_2^2}{3} + \frac{R_2 \times R}{2} + R_1 \times R_3 \right) + C_3 \times \left(-\frac{R_3^2}{3} + \frac{R_3 \times R}{2} \right) \right)$$
 - $$\phi_{ee} = \frac{1}{R^2 C} \times \left(C_1 \times \left(\frac{R_1^2}{3} \right) + C_2 \times \left(\frac{R_2^2}{3} + R_2 \times R_1 + R_1^2 \right) + C_3 \times \left(\frac{R_3^2}{3} + R_3 \times (R_1 + R_2) + (R_1 + R_2)^2 \right) \right)$$
 - 4 relations, 6 paramètres à déterminer

Méthode proposée



- Flux de chaleur harmonique
 - Evolution des T : somme d'harmoniques
 - Conditions aux limites
 - T_{se} : harmonique de $P = 24h$ et $A = 1^\circ C$
 - T_{si} : $0^\circ C$
 - Simulation dynamique \rightarrow caractéristiques du flux q_{si} : A et α
- Pour la structure 1D à 3 couches:

- $$\begin{bmatrix} T_{se} \\ q'_{se} \end{bmatrix} = M \times \begin{bmatrix} T_{si} \\ q'_{si} \end{bmatrix} \text{ avec } M = \begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ M_{2,1} & M_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ E_3 & D_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ E_2 & D_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ E_1 & D_1 \end{bmatrix}$$

- $$A_m = D_m = \cosh \left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right) \quad B_m = \sinh \left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right) / \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}}$$

- $$E_m = \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}} \times \sinh \left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right) \quad q_{si}'(P) = \frac{1}{M_{1,2}}$$

Méthode proposée



- Algorithmme

- Combinaisons de R_1, R_2 (discrétisation des valeurs testées)
- Calcul de R_3, C_1, C_2, C_3
- Calcul de A'_{qsi} et α'_{qsi}
- But : minimiser la fonction d'erreur Err

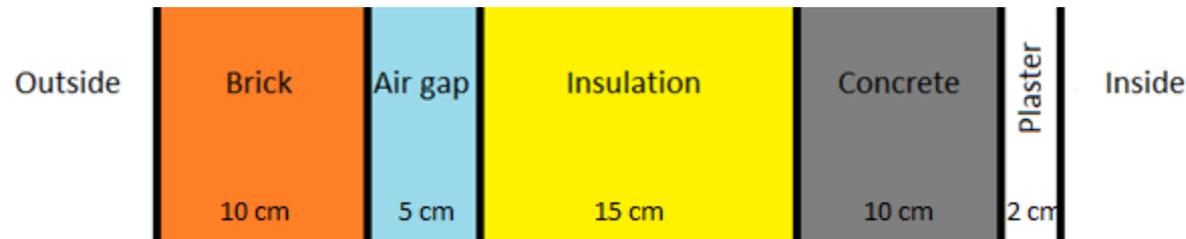
- $$Err = \frac{|A'(24h) - A(24h)|}{|A(24h)|} + \frac{|\alpha'(24h) - \alpha(24h)|}{|\alpha(24h)|}$$

- Discrétisation plus fine des valeurs testées de R_1 et R_2 si nécessaire

Méthode appliquée



- A une structure 1D

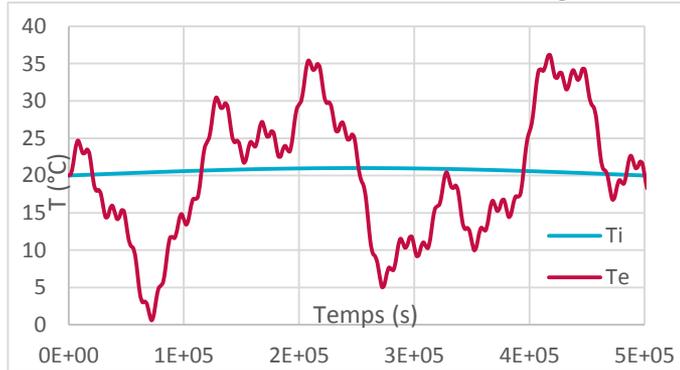


- $R = 5,665 \text{ W/m}^2\text{K}$
- $C = 295400,2 \text{ J/m}^2\text{K}$
- $\phi_{ii} = 0,68$ $\phi_{ie} = 0,02$ $A(24h) = 0,0809 \text{ W/m}$ $\alpha(24h) = -2,3685 \text{ rad}$
- Equivalent : $R_1 = 0.184 \text{ m}^2\text{K/W}$, $C_1 = 206165 \text{ J/m}^2\text{K}$, $R_2 = 5.067 \text{ m}^2\text{K/W}$, $C_2 = 3868 \text{ J/m}^2\text{K}$, $R_3 = 0.414 \text{ m}^2\text{K/W}$, $C_3 = 85367 \text{ J/m}^2\text{K}$
- $\text{Err} \approx 10^{-5}$

Méthode appliquée

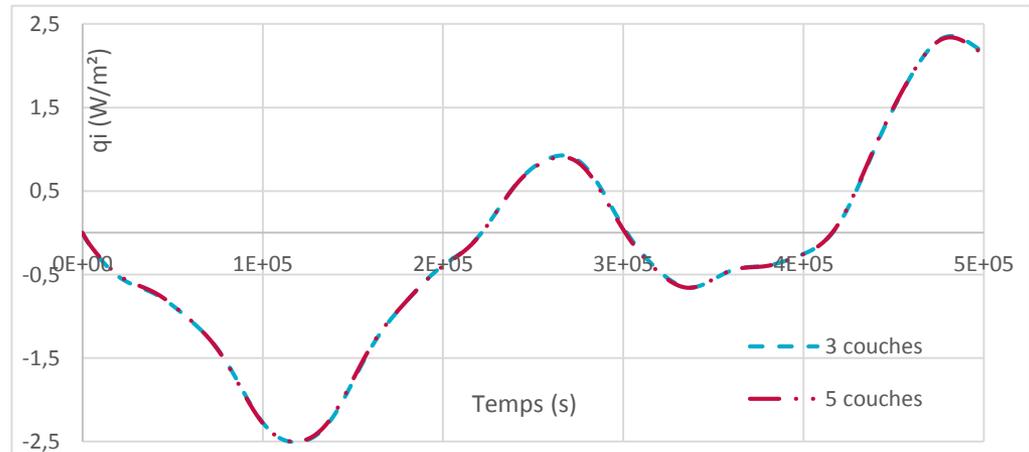


- A une structure 1D : comparaison
 - CL : $K_i = 8 \text{ W/m}^2\text{K}$ – $K_e = 23 \text{ W/m}^2\text{K}$



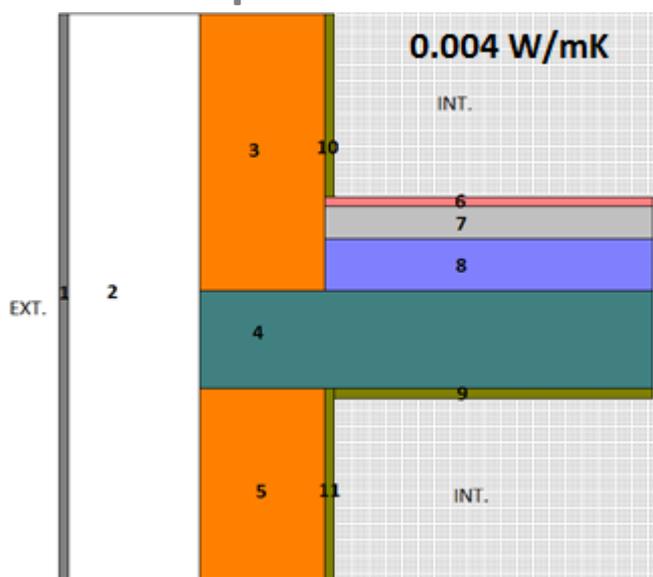
- **Résultat**

- $\Delta t = 2000s$
- Ecart max : $0,037 \text{ W/m}$



Méthode appliquée

- A un pont thermique



n°	Matériau	Hauteur r (mm)	Largeur (mm)	λ (W/mK)	ρ (kg/m ³)	c (J/kgK)
1	Mortier	870	15	0.3	1100	1000
2	PS expansé	870	200	0.034	20	1450
3	Brique	425	190	0.26	850	1000
4	Béton armé	150	705	2.2	2400	1000
5	Brique	295	190	0.26	850	1000
6	Carrelage	15	515	1	2000	1000
7	Béton léger	50	515	0.41	1200	1000
8	Béton	80	515	0.8	1800	1000
9	Plâtre	15	500	0.52	1300	1000
10	Plâtre	280	15	0.52	1300	1000
11	Plâtre	295	15	0.52	1300	1000

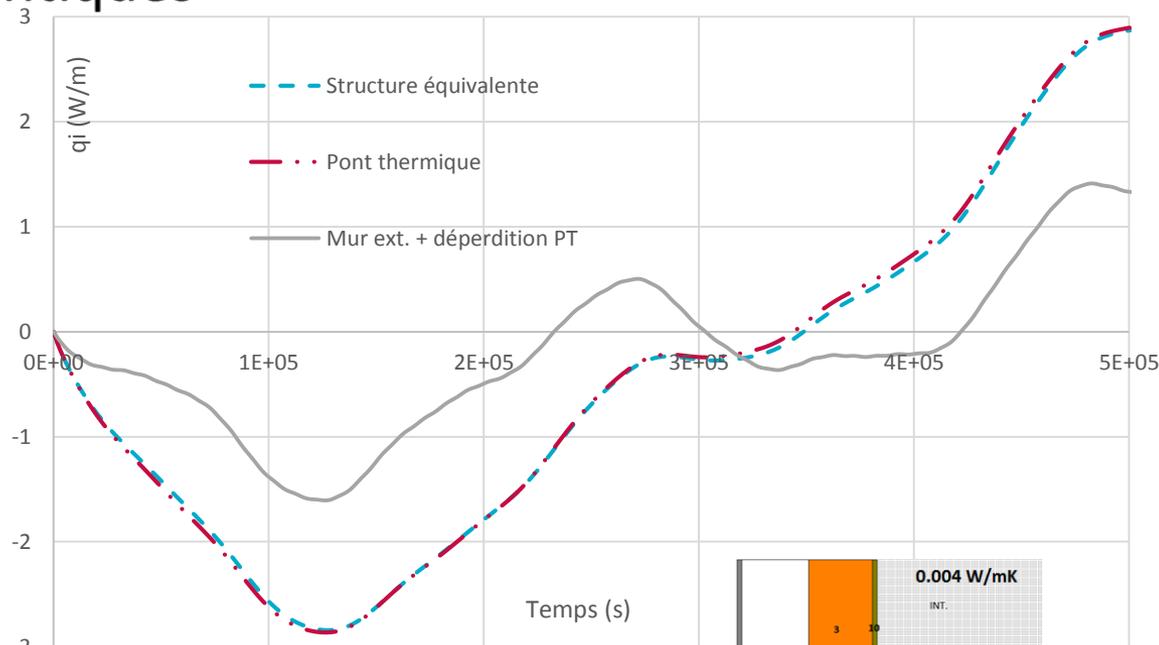
- $R=7.468$ mK/W, $C=529769$ J/mK
- $\phi_{ii} = 0.9326$, $\phi_{ie} = 0.01805$, $A(24h) = 0.02724$ W/m , $\varphi(24h) = -2.684$ rad
- Equivalent : $R_1 = 0.224$ m²K/W, $C_1 = 587823$ J/m²K, $R_2 = 5.552$ m²K/W, $C_2 = 0.061$ J/m²K, $R_3 = 0.722$ m²K/W, $C_3 = 21108$ J/m²K : Err \approx 5%

Méthode appliquée



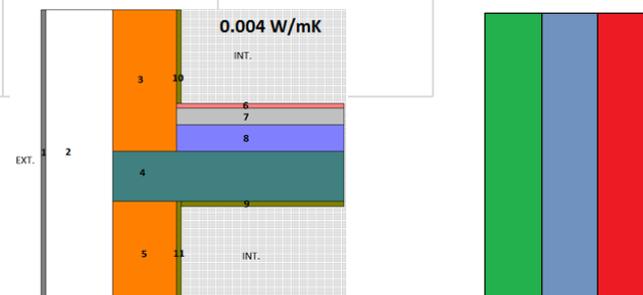
- A un pont thermique : comparaison

- CL identiques



- Ecart max : 0,075 W/m

- $$K_i^* = K_i \times \frac{S_{i,pont\ thermique}}{S_{i,structure\ équivalente}}$$



Conclusion



- Résultats
 - Bonne précision mais nécessité de corriger K_i
 - 2 couches : pas possible de respecter les conditions
 - 4 couches : $Err \searrow$, mais peu d'amélioration de la précision
- Travail avec des températures de surface
- Fonction d'erreur à étudier
- Améliorations diverses
 - Admittance, flux solaire, calcul numérique, résolution, etc.
- Constitution d'une bibliothèque de PT

Merci de votre attention !