

Analyse adimensionnelle d'un modèle de transfert Thermo-Hygro-Aéraulique : Application à l'étude comparative d'éléments de parois et de leurs pouvoirs tampon

Zakaria Slimani, Abdelkrim Trabelsi, Joseph Virgone

Centre d'Energétique et de Thermique de Lyon (CETHIL), UMR 5008, INSA de Lyon, Université Lyon 1.

Thèse financée par l'Agence Nationale de Recherche (ANR), projet *HYGRO-BAT*, ANR-10-HABISOL-005-01

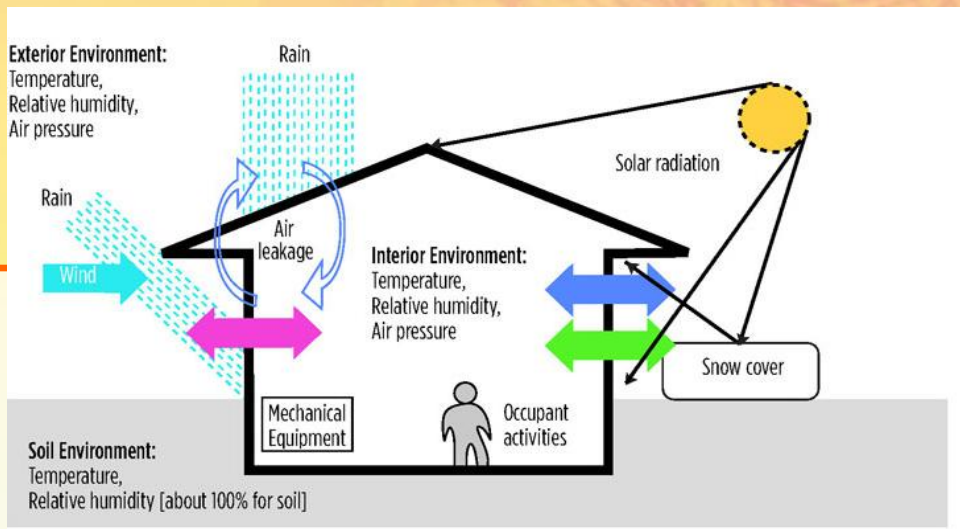
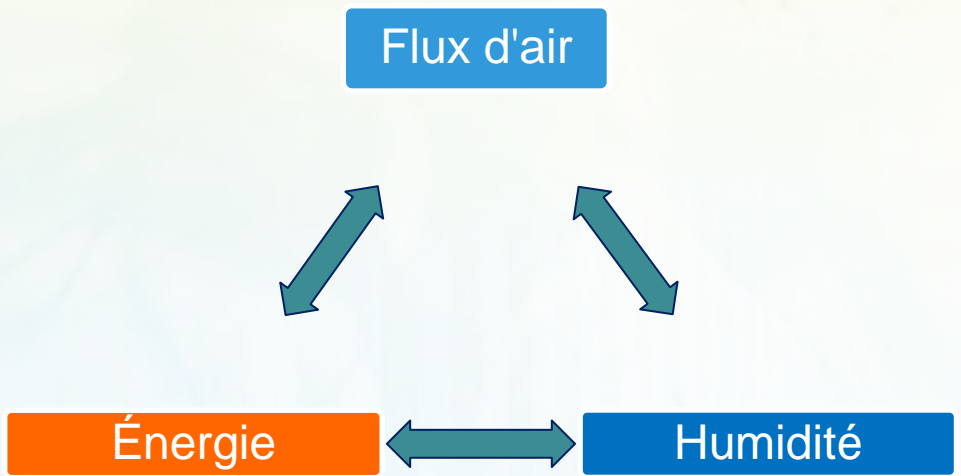


Figure 2 Environmental loads of building envelope
 ◆ Load: Vapour pressure difference ◆ Load: Air pressure difference ◆ Load: Temperature difference



Objectifs et démarche

Objectifs :

Une meilleure compréhension des transferts CAH

Une bonne conception hygrothermique des bâtiments.

Démarche :

Simplifier l'analyse de ce type de transferts

- Analyse adimensionnelle sur l'enveloppe → !?

→ Mettre en concurrence les mécanismes qui règnent dans la paroi → nombres significatifs

→ les mécanismes prédominants

Modèle de transfert Thermo-Hygro-Aéraulique

Conservation de l'humidité

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \text{div}(\rho^v V) + \text{div}\left(-D_v \frac{\partial \rho^v}{\partial x_i}\right) + \text{div}\left(k_L \left(\frac{\partial P_S}{\partial x_i} + \rho_w \cdot g\right)\right) = 0$$

Conservation de l'énergie

$$\rho_m \cdot C_{P_eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}\left(\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} - J_v \cdot (H_{fg} + T \cdot (C_{PL} - C_{PV}))\right) - (J_L \cdot C_{PL} + J_a \cdot C_{Pa} + J_v \cdot C_{PL}) \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Conservation de l'air sec

$$\text{div}\left(-\delta_a \frac{\partial P}{\partial x_i}\right) = 0$$

Stockage

Diffusion

Convection

Changement
de phase

Adimensionnement du modèle THA

Les points de référence pour les changements de variables i et j représentent respectivement les conditions **intérieures et extérieures**

$$\theta = \frac{T - T_j}{T_i - T_j}$$

$$\psi = \frac{\rho^v - \rho_j^v}{\rho_i^v - \rho_j^v}$$

$$\pi = \frac{P - P_j}{P_i - P_j}$$

$$\omega = \frac{w - w_j}{w_i - w_j}$$

$$X = \frac{x}{L}$$

$$\tau = \frac{t \cdot a_t}{L^2}$$

Modèle THA adimensionné

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} = \nabla^* \cdot \left(Lu \cdot \left(\nabla^* \psi + Pn \nabla^* \theta + \frac{Pe_a}{Pe_v} \nabla^* \pi \right) \right)$$

$$\eta_1 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \nabla^* \cdot \left(\eta_2 \cdot \nabla^* \theta + Lu_v \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \psi + Lu \cdot \frac{Pe_a}{Pe_v} \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \pi \right) - (Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \psi + Pn \cdot Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \theta + Pe_a \cdot (\eta_3 + \eta_4) \nabla^* \pi) \nabla \theta$$

$$\nabla^* \cdot (Pe_a \nabla \pi) = 0$$

$Lu = \frac{D_m}{c_m \cdot a_T}$	Le nombre de Luikov	$Pn = \frac{D_{l,T} \Delta T}{D_m \Delta \rho_v}$	Le nombre de Posnov
$Lu_v = \frac{D_v}{c_m \cdot a_T}$	Le nombre de Luikov vapeur	$Ko = \frac{\Delta w \cdot H_{fg}}{\rho_m c_{p,s} \Delta T}$	Le nombre de Kossovitch
$Pe_a = \frac{v_a \cdot L}{a_T}$	Le nombre de Peclet	$Bi_q = \frac{h_q \cdot L}{\lambda_{eff}}$	Nombre de Biot thermique
$Pe_v = \frac{v_v \cdot L}{a_T}$	Le nombre de Peclet	$Bi_m = \frac{h_m \cdot L}{D_m}$	Nombre de Biot massique

$$Ko_{lv} = \frac{(c_{p,v} - c_{p,l}) \cdot T \cdot \Delta w}{\rho_m \cdot c_{p,s} \cdot \Delta T} \quad \eta_1 = \frac{c_{p,eff}}{c_{p,sec}} \quad \eta_2 = \frac{\lambda_{eff}}{\lambda} \quad \eta_3 = \frac{\rho_v c_{p,L}}{\rho_m c_{p,sec}} \quad \eta_4 = \frac{\rho_a c_{p,a}}{\rho_m c_{p,sec}}$$

Définition du MBV Projet NORDTEST

(Rode et al. 2005).

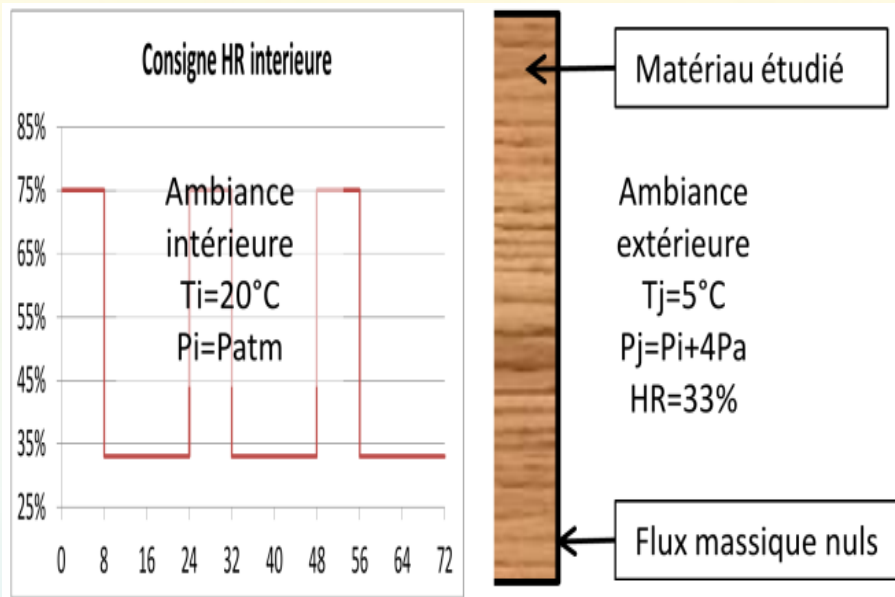
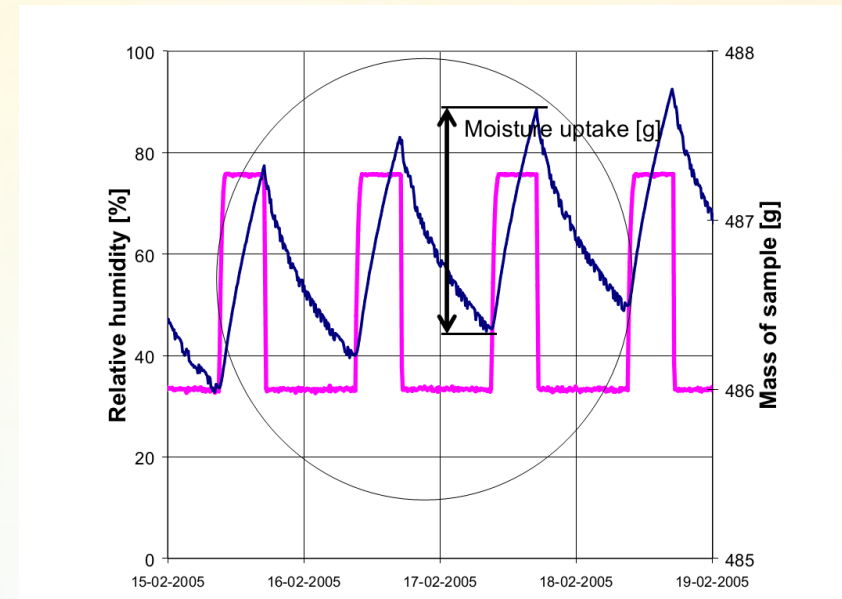


Schéma représentatif du scénario étudié.



Stockage et déstockage de l'humidité durant les cycles. Détermination du MBV par les mesures dynamiques

Nombres adimensionnels d'éléments de paroi

50% HR T 20°C			
Matériaux	Brick	épicéa	Fibre de bois
Capacité hydrique $C_m = \frac{\partial w}{\partial \rho_v}$ (-)	221	4724	4586
Diffusivité hydrique $a_M * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_m = \frac{D_m}{C_m}\right)$	183	4.3	5.8
Diffusivité à la vapeur $a_v * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_v = \frac{D_v}{C_m}\right)$	183	4.3	4.1
Diffusivité thermique $a_T * 10^7$ (m ² /s) $\left(a_T = \frac{\lambda_{sec}}{\rho_m C_{p_{sec}}}\right)$	6.3	1.4	1.1
MBV (g/% HR/m ²)	0.48	1.16	2.75
$Lu * 10^3$	29.3	3.2	5.3
$Lu_v * 10^3$	29.3	3.2	3.7
Pn	-	-	0.006
$\eta_3 * 10^5$	2.3	3.5	4.0
$\eta_4 * 10^4$	7.5	12	13
Ko	0.2	8.1	8.9
$Ko_{lv} * 10^3$	2.6	86.3	94.6
Pe_a	-	-	0.46
Pe_v	5.3	12.2	19.8
Bi_q	2.5	17.9	25.0
Bi_m	511	1023	781

Nombres adimensionnels d'éléments de paroi

	50% HR T 20°C		
Matériaux	Brick	épicéa	Fibre de bois
Capacité hydrique $C_m = \frac{\partial w}{\partial \rho_v}$ (-)	221	4724	4586
Diffusivité hydrique $a_M * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_m = \frac{D_m}{C_m}\right)$	183	4.3	5.8
Diffusivité à la vapeur $a_v * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_v = \frac{D_v}{C_m}\right)$	183	4.3	4.1
Diffusivité thermique $a_T * 10^7$ (m ² /s) $\left(a_T = \frac{\lambda_{sec}}{\rho_m C_{p_{sec}}}\right)$	6.3	1.4	1.1
MBV (g/% HR/m ²)	0.48	1.16	2.75
$Lu * 10^3$	29.3	3.2	5.3
$Lu_v * 10^3$	29.3	3.2	3.7
Pn	-	-	0.006
$\eta_3 * 10^5$	2.3	3.5	4.0
$\eta_4 * 10^4$	7.5	12	13
Ko	0.2	8.1	8.9
$Ko_{lv} * 10^3$	2.6	86.3	94.6
Pe_a	-	-	0.46
Pe_v	5.3	12.2	19.8
Bi_q	2.5	17.9	25.0
Bi_m	511	1023	781

Nombres adimensionnels d'éléments de paroi

50% HR T 20°C			
Matériaux	Brick	épicéa	Fibre de bois
Capacité hydrique $C_m = \frac{\partial w}{\partial \rho_v}$ (-)	221	4724	4586
Diffusivité hydrique $a_M * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_m = \frac{D_m}{C_m}\right)$	183	4.3	5.8
Diffusivité à la vapeur $a_v * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_v = \frac{D_v}{C_m}\right)$	183	4.3	4.1
Diffusivité thermique $a_T * 10^7$ (m ² /s) $\left(a_T = \frac{\lambda_{sec}}{\rho_m C_{p_{sec}}}\right)$	6.3	1.4	1.1
MBV (g/% HR/m ²)	0.48	1.16	2.75
$Lu * 10^3$	29.3	3.2	5.3
$Lu_v * 10^3$	29.3	3.2	3.7
Pn	-	-	0.006
$\eta_3 * 10^5$	2.3	3.5	4.0
$\eta_4 * 10^4$	7.5	12	13
Ko	0.2	8.1	8.9
$Ko_{lv} * 10^3$	2.6	86.3	94.6
Pe_a	-	-	0.46
Pe_v	5.3	12.2	19.8
Bi_q	2.5	17.9	25.0
Bi_m	511	1023	781

Nombres adimensionnels d'éléments de paroi

50% HR T 20°C			
Matériaux	Brick	épicéa	Fibre de bois
Capacité hydrique $C_m = \frac{\partial w}{\partial \rho_v}$ (-)	221	4724	4586
Diffusivité hydrique $a_M * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_m = \frac{D_m}{C_m}\right)$	183	4.3	5.8
Diffusivité à la vapeur $a_v * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_v = \frac{D_v}{C_m}\right)$	183	4.3	4.1
Diffusivité thermique $a_T * 10^7$ (m ² /s) $\left(a_T = \frac{\lambda_{sec}}{\rho_m C_{p_{sec}}}\right)$	6.3	1.4	1.1
MBV (g/% HR/m ²)	0.48	1.16	2.75
$Lu * 10^3$	29.3	3.2	5.3
$Lu_v * 10^3$	29.3	3.2	3.7
Pn	-	-	0.006
$\eta_3 * 10^5$	2.3	3.5	4.0
$\eta_4 * 10^4$	7.5	12	13
Ko	0.2	8.1	8.9
$Ko_{lv} * 10^3$	2.6	86.3	94.6
Pe_a	-	-	0.46
Pe_v	5.3	12.2	19.8
Bi_q	2.5	17.9	25.0
Bi_m	511	1023	781

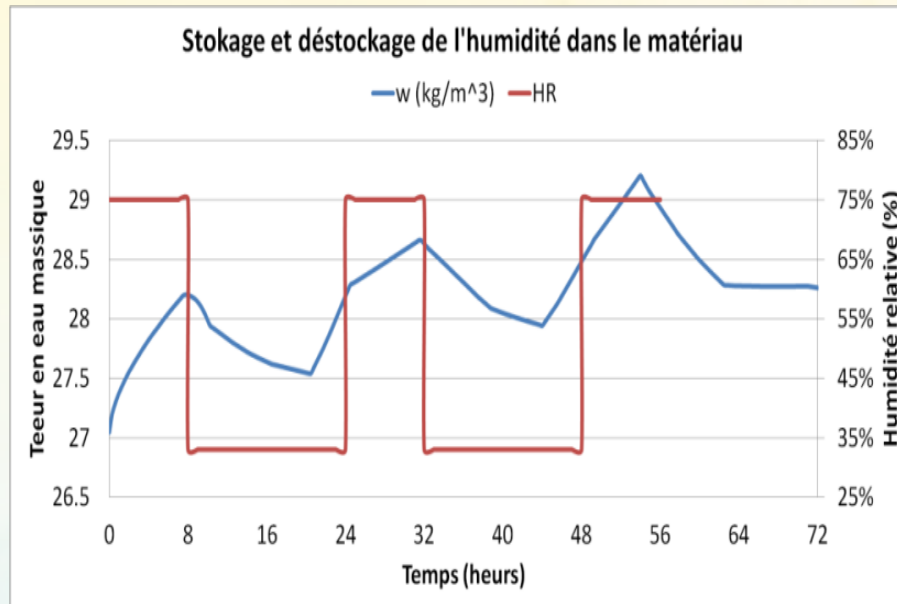
Nombres adimensionnels d'éléments de paroi

50% HR T 20°C			
Matériaux	Brick	épicéa	Fibre de bois
Capacité hydrique $C_m = \frac{\partial w}{\partial \rho_v}$ (-)	221	4724	4586
Diffusivité hydrique $a_M * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_m = \frac{D_m}{C_m}\right)$	183	4.3	5.8
Diffusivité à la vapeur $a_v * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_v = \frac{D_v}{C_m}\right)$	183	4.3	4.1
Diffusivité thermique $a_T * 10^7$ (m ² /s) $\left(a_T = \frac{\lambda_{sec}}{\rho_m C_{p_{sec}}}\right)$	6.3	1.4	1.1
MBV (g/% HR/m ²)	0.48	1.16	2.75
$Lu * 10^3$	29.3	3.2	5.3
$Lu_v * 10^3$	29.3	3.2	3.7
Pn	-	-	0.006
$\eta_3 * 10^5$	2.3	3.5	4.0
$\eta_4 * 10^4$	7.5	12	13
Ko	0.2	8.1	8.9
$Ko_h * 10^3$	2.6	86.3	94.6
Pe_a	-	-	0.46
Pe_v	5.3	12.2	19.8
Bi_q	2.5	17.9	25.0
Bi_m	511	1023	781

Nombres adimensionnels d'éléments de paroi

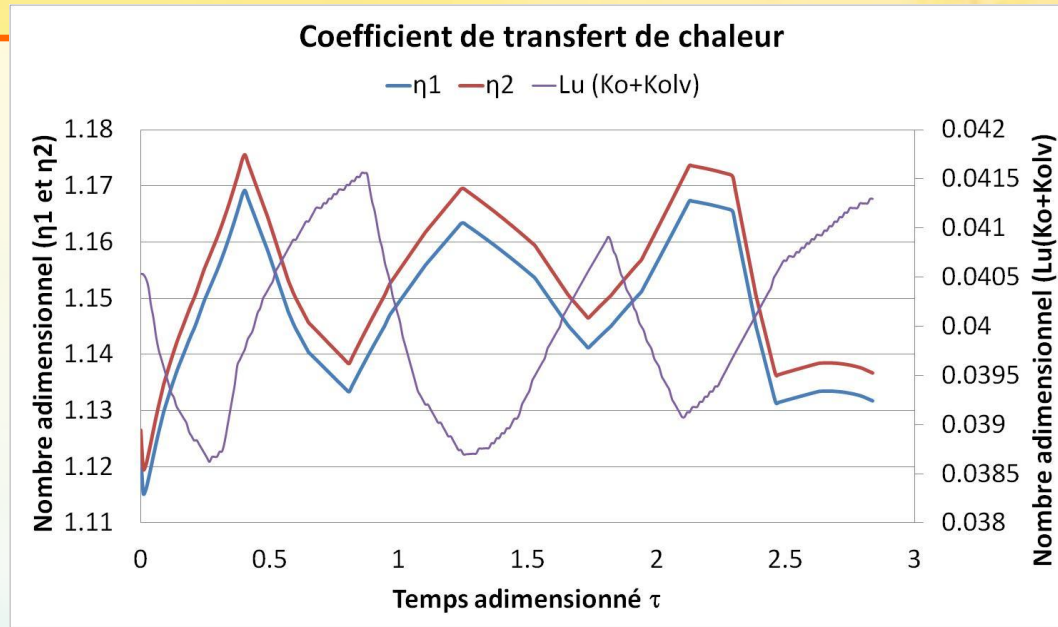
50% HR T 20°C			
Matériaux	Brick	épicéa	Fibre de bois
Capacité hydrique $C_m = \frac{\partial w}{\partial \rho_v}$ (-)	221	4724	4586
Diffusivité hydrique $a_M * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_m = \frac{D_m}{C_m}\right)$	183	4.3	5.8
Diffusivité à la vapeur $a_v * 10^{10}$ (m ² /s) $\left(a_v = \frac{D_v}{C_m}\right)$	183	4.3	4.1
Diffusivité thermique $a_T * 10^7$ (m ² /s) $\left(a_T = \frac{\lambda_{sec}}{\rho_m C_{p_{sec}}}\right)$	6.3	1.4	1.1
MBV (g/% HR/m ²)	0.48	1.16	2.75
$Lu * 10^3$	29.3	3.2	5.3
$Lu_v * 10^3$	29.3	3.2	3.7
Pn	-	-	0.006
$\eta_3 * 10^5$	2.3	3.5	4.0
$\eta_4 * 10^4$	7.5	12	13
Ko	0.2	8.1	8.9
$Ko_{lv} * 10^3$	2.6	86.3	94.6
Pe_a	-	-	0.46
Pe_v	5.3	12.2	19.8
Bi_a	2.5	17.9	25.0
Bi_m	511	1023	781

Analyse adimensionnel de la fibre de bois



*Stockage et déstockage de l'humidité
durant les cycles.*

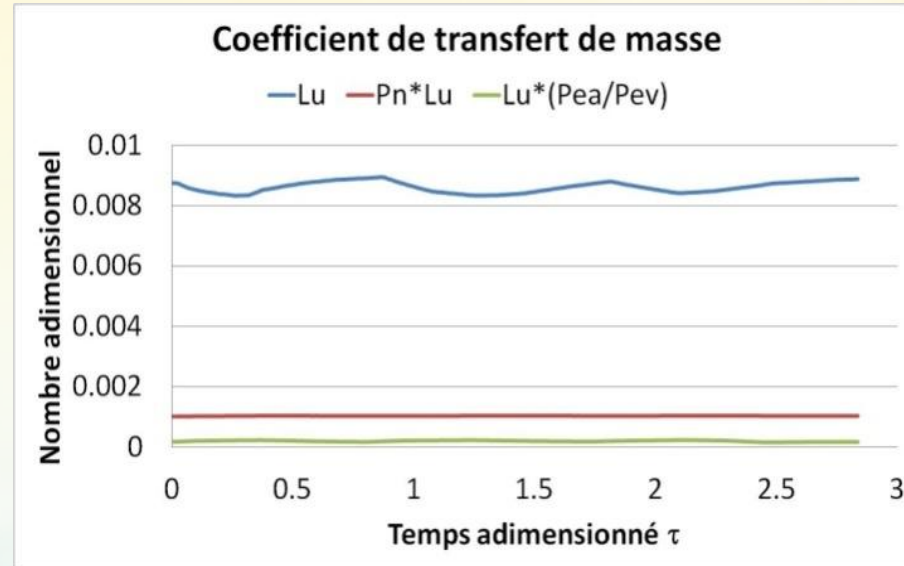
Analyse des mécanismes de transfert



Variation des coefficients qui gouvernent le transfert de chaleur

$$\eta_1 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \nabla^* \cdot \left(\eta_2 \cdot \nabla^* \theta + Lu_v \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \psi + Lu \cdot \frac{Pe_a}{Pe_v} \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \pi \right) - (Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \psi + Pn \cdot Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \theta + Pe_a \cdot (\eta_3 + \eta_4) \nabla^* \pi) \nabla \theta$$

Analyse des mécanismes de transfert



Variation des coefficients qui gouvernent le transfert de masse.

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} = \nabla^* \cdot \left(\boxed{Lu} \cdot \nabla^* \psi + \boxed{Lu \cdot Pn} \nabla^* \theta + \boxed{Lu \cdot \frac{Pe_a}{Pe_v}} \nabla^* \pi \right)$$

Conclusion et perspectives

L'analyse adimensionnelle d'un modèle THA :

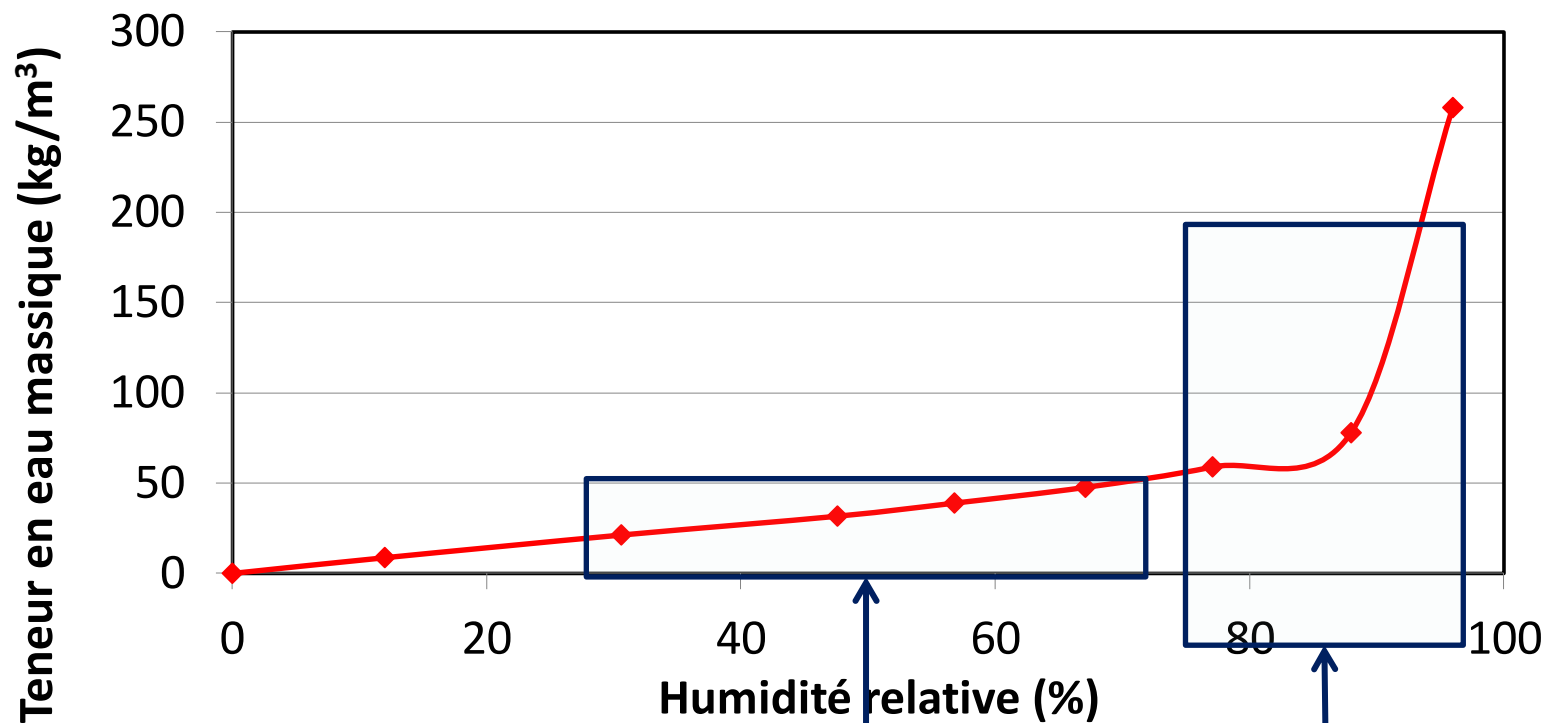
- **Simplifie l'analyse** de ce type de **transferts**
- Mettre en concurrence les mécanismes qui règnent dans la paroi
 - Nombres significatif
 - Les mécanismes prédominants
 - Une **meilleure compréhension** des transferts **CAH**

Selon la contraintes de : choix des matériaux / Zone climatique / norme /

→ ***Une bonne conception hygrothermique des bâtiments.***

Merci pour votre attention

Isotherme de sorption pour le fibre de bois



Cas étudié

Autre exemple

Modèle de transfert Thermo-Hygro-Aéraulique

Conservation de l'humidité

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \text{div}(\rho^v V) + \text{div}\left(-D_v \frac{\partial \rho^v}{\partial x_i}\right) + \text{div}\left(k_L \left(\frac{\partial P_S}{\partial x_i} + \rho_w \cdot g\right)\right) = 0$$

Conservation de l'énergie

$$\rho_m \cdot C_{P_eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}\left(\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} - J_v \cdot (H_{fg} + T \cdot (C_{PL} - C_{PV}))\right) - (J_L \cdot C_{PL} + J_a \cdot C_{Pa} + J_v \cdot C_{PL}) \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Conservation de l'air sec

$$\text{div}\left(-\delta_a \frac{\partial P}{\partial x_i}\right) = 0$$

Conditions aux limites hydriques et thermiques

$$-D_m \cdot \frac{\partial \rho_v}{\partial x} = h_m (\rho^v - \rho_i^v)$$

$$-\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = h_q (T - T_i) + h_m (\rho^v - \rho_i^v) \cdot H_{fg}$$

Modèle de transfert Thermo-Hygro-Aéraulique

Conservation de l'humidité

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho^v V) + \operatorname{div}\left(-D_v \frac{\partial \rho^v}{\partial x_i}\right) + \operatorname{div}\left(k_L \left(\frac{\partial P_S}{\partial x_i} + \rho_w \cdot g\right)\right) = 0$$

Stockage

Convectif

Diffusif

Capillaire

Modèle de transfert Thermo-Hygro-Aéraulique (THA)

Conservation de l'énergie

$$\rho_m \cdot C_{P_eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} \left(\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} - J_v \cdot \left(H_{fg} + T \cdot (C_{PL} - C_{PV}) \right) \right) - (J_L \cdot C_{PL} + J_a \cdot C_{Pa} + J_v \cdot C_{PL}) \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Diagram illustrating the energy conservation equation with components labeled:

- Stockage** (Storage): $\rho_m \cdot C_{P_eff} \frac{\partial T}{\partial t}$
- Conduction** (Conduction): $\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i}$
- Changement de phase** (Phase change): $H_{fg} + T \cdot (C_{PL} - C_{PV})$
- Convection** (Convection): $(J_L \cdot C_{PL} + J_a \cdot C_{Pa} + J_v \cdot C_{PL}) \frac{\partial T}{\partial x_i}$

Modèle de transfert de CAH

$$\rho_m \cdot C_{P_eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} - J_v \cdot (H_{fg} + T \cdot (C_{PL} - C_{PV})) \right) - (J_L \cdot C_{PL} + J_a \cdot C_{Pa} + J_v \cdot C_{PL}) \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Stockage

$$\eta_1 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \nabla^* \cdot \left(\eta_2 \cdot \nabla^* \theta + Lu_v \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \psi + Lu \cdot \frac{Pe_a}{Pe_v} \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \pi \right) - (Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \psi + Pn \cdot Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \theta + Pe_a \cdot (\eta_3 + \eta_4) \nabla^* \pi) \nabla \theta$$

Stockage

Modèle de transfert de CAH

$$\rho_m \cdot C_{P_eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} \left(\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} - J_v \cdot (H_{fg} + T \cdot (C_{PL} - C_{PV})) \right) - (J_L \cdot C_{PL} + J_a \cdot C_{Pa} + J_v \cdot C_{PL}) \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Conduction

$$\eta_1 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \nabla^* \cdot \left(\eta_2 \cdot \nabla^* \theta + Lu_v \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \psi + Lu \cdot \frac{Pe_a}{Pe_v} \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \pi \right) - (Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \psi + Pn \cdot Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \theta + Pe_a \cdot (\eta_3 + \eta_4) \nabla^* \pi) \nabla \theta$$

Conduction

Modèle de transfert de CAH

$$\rho_m \cdot C_{P_eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} \left(\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} - J_v \cdot \left(H_{fg} + T \cdot (C_{PL} - C_{PV}) \right) \right) - (J_L \cdot C_{PL} + J_a \cdot C_{Pa} + J_v \cdot C_{PL}) \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Changement de phase

$$\eta_1 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \nabla^* \cdot \left(\eta_2 \cdot \nabla^* \theta + Lu_v \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \psi + Lu \cdot \frac{Pe_a}{Pe_v} \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \pi \right) - (Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \psi + Pn \cdot Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \theta + Pe_a \cdot (\eta_3 + \eta_4) \nabla^* \pi) \nabla \theta$$

Changement de phase

Modèle de transfert de CAH

$$\rho_m \cdot C_{P_eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} \left(\lambda_{eff} \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} - J_v \cdot \left(H_{fg} + T \cdot (C_{PL} - C_{PV}) \right) \right) - (J_L \cdot C_{PL} + J_a \cdot C_{Pa} + J_v \cdot C_{PL}) \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

Convection

$$\eta_1 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \nabla^* \cdot \left(\eta_2 \cdot \nabla^* \theta + Lu_v \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \psi + Lu \cdot \frac{Pe_a}{Pe_v} \cdot (Ko + Ko_{lv}) \nabla^* \pi \right) - (Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \psi + Pn \cdot Pe_v \cdot \eta_3 \nabla^* \theta + Pe_a \cdot (\eta_3 + \eta_4) \nabla^* \pi) \nabla \theta$$

Convection