

Modèle de substitution d'une dalle activée thermiquement

Matthieu LABAT^{1*}, Ion Hazyuk², Guillaume Rabut³, Bassim Maaloul¹

¹ LMDC, Université de Toulouse, INSA/UPS Génie Civil, 135 Avenue de Rangueil, 31077 Toulouse cedex 04 France.

² Institut Clément Ader, Université de Toulouse, INSA/ISAE-SUPAERO/MINES-ALBI/UPS/CNRS, 31400 Toulouse, France

³ IC Entreprises, Immeuble Le Volta – 17/19 rue Jeanne Braconnier - 92360 MEUDON LA FORET

*m_labat@insa-toulouse.fr

RESUME. Les systèmes thermiques activés permettent de jouer sur l'inertie thermique d'un des éléments structurels du bâtiment pour améliorer le confort de l'utilisateur et ouvrir des perspectives en termes de conception. De par leur inertie thermique même, ces systèmes sont difficiles à contrôler et requièrent donc des efforts en termes de modélisation. Cette étude se place dans le contexte d'une dalle activée par des gaines de ventilation, actuellement commercialisée dans des bâtiments tertiaires. Dans l'optique de définir une commande adaptée, nous proposons de définir un modèle de substitution basé sur l'identification de fonctions de transferts combinées par la suite en un modèle d'état. Après avoir identifié et présenté la méthodologie liée à cette identification, nous discutons de l'influence du nombre de gaines noyées sur le comportement global du système, à débit soufflé et volume de gaine constant.

MOTS-CLÉS : Systèmes thermiques activés, fonction de transfert, modèle d'état

ABSTRACT. Thermally Activated Building Systems (TABS) are taking advantage of the thermal inertia of some of the structural parts of the building to improve the user's comfort. However, the inertia stands also as a drawback when it comes to deal with control. This can be handled through modelling, at the cost of some efforts. This paper deals with a ventilated slab used in commercial buildings at the present time. In order to optimize its control, we propose to model the system by using transfer functions/state-space model, identified from a detailed finite volume model. The state space model will allow computing the main heat fluxes much faster than solving the heat and mass balances. The methodology will be presented first, and after being validated, it will be reapplied on similar ventilated slabs with different number of ducts under the constraint of constant air volume and total airflow rate.

KEYWORDS: Thermally Activated Building Systems (TABS), Transfer functions, State space model

1. INTRODUCTION

L'objectif des systèmes de climatisation dans les bâtiments tertiaires est de conjuguer trois besoins : la ventilation hygiénique, le rafraîchissement et le chauffage. Dans la majorité des constructions récentes, ces deux dernières fonctions sont assurées pendant toute l'année à l'aide d'une technologie spécifique dédiée et séparée de la ventilation hygiénique, alimentée par un réseau hydraulique. C'est dans ce contexte que le groupe VINCI-Energies a développé un concept innovant baptisé GreenFloor® au cours de ces dernières années. L'idée consiste à noyer les gaines de ventilation dans la dalle de béton des bâtiments neufs (voir Figure 1), ce qui permet de réduire fortement l'encombrement liés aux gaines tout en conservant une bonne diffusion de l'air dans le local.

Le comportement de ces systèmes peut être facilement modélisé à l'aide des équations de transfert thermique et de mécanique des fluides. Par contre, il est difficile d'intégrer de tels modèles aux programmes de simulation traditionnels tels que TRNSYS® et Energy Plus® pour la simulation de bâtiments complets (Li, Sun, et Xu 2017). Le principal intérêt de ces logiciels est qu'ils permettent d'intégrer des éléments de contrôle dans un contexte où plusieurs systèmes sont utilisés simultanément. Ainsi, de nombreuses recherches ont été menées pour développer des modèles simplifiés. Ces modèles sont généralement validés avec des méthodes numériques et / ou calibrés avec des mesures sur le terrain (Romaní, de Gracia, et Cabeza 2016). Par exemple, (Viot et al. 2018) modélisent un bâtiment équipé de plusieurs systèmes de chauffage / refroidissement, dont un plancher chauffant, lequel est modélisé avec une capacité et 3 résistances.



Figure 1 : Photos des gaines de ventilation avant et pendant coulage de la dalle de béton

Le cas du GreenFloor® diffère cependant des autres systèmes inertiels car il utilise de l'air et non de l'eau comme fluide caloporteur, ce qui se traduit par un comportement thermique sensiblement différent. Aussi, les modèles simplifiés en eau ne s'appliquent pas ici. Le but de ce travail est donc de proposer une méthode qui permette de proposer un modèle de substitution aux systèmes inertiels utilisant de l'air comme fluide caloporteur.

Dans un premier temps, le modèle physique du système développé sous COMSOL sera présenté. La partie suivante présentera la méthode employée, basée sur l'identification des fonctions de transfert d'un système à deux entrées et deux sorties. Enfin, la méthodologie sera étendue à 4 autres systèmes pour lesquels le nombre de gaines varie tout en conservant la même section totale des gaines dans la dalle.

2. MODELE PHYSIQUE

Le problème porte sur un système dont les caractéristiques sont voisines de celles du GreenFloor® pour un bureau de surface utile (5×4.05) m². Neuf gaines de soufflage de diamètre 80 mm sont réparties sur la largeur de la dalle, tout en étant centrées dans l'épaisseur ($h = 22$ cm). Ces différentes grandeurs sont représentées dans le graphique de la Figure 2. La face inférieure du système échange avec le local dont la température (T_{Env}) est connue et variable. Toutes les autres faces de la dalle sont supposées adiabatiques. En remarquant que le problème comporte deux plans de symétrie, une petite portion du domaine sera simulée. Le débit total soufflé dans le bureau est de 300 m³.h⁻¹, soit environ 6 vol/h. Cet ordre de grandeur correspond à ceux mis en œuvre sur site, lesquels permettent de maintenir des conditions confortables toute l'année. Le comportement thermique de la dalle, notamment à travers son inertie, est traité dans cet article comme une conséquence, et non comme un objectif. Enfin, la

température de l'air en entrée de gaine (T_{in}) est connue et la vitesse d'air (V_{in}) est imposée par le débit et le nombre de gaines.

La modélisation des transferts de chaleur est basée sur l'approche de (Estrada et al. 2018), appliquée à un échangeur enterré. L'équation de la chaleur est résolue en 3D dans le domaine solide mais les équations de Navier Stokes ne sont pas résolues dans la gaine de ventilation, qui est modélisée en 1D. La conservation de la chaleur pour des échanges sensibles est donnée par :

$$\rho_a A \frac{dT}{dt} = -\dot{m}_a \frac{dT}{dx} + \frac{h_c p}{c_{p,a}} (T_p - T) \quad (1)$$

Avec, T_p , la température de la paroi, $C_{p,a}$, la capacité thermique de l'air sec ($1006 \text{ J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$), ρ_a , la masse volumique de l'air sec (1.2 kg.m^{-3}), A , la section de passage de la gaine (m^2), p , le périmètre de la gaine (m), h_c , le coefficient convectif ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$).

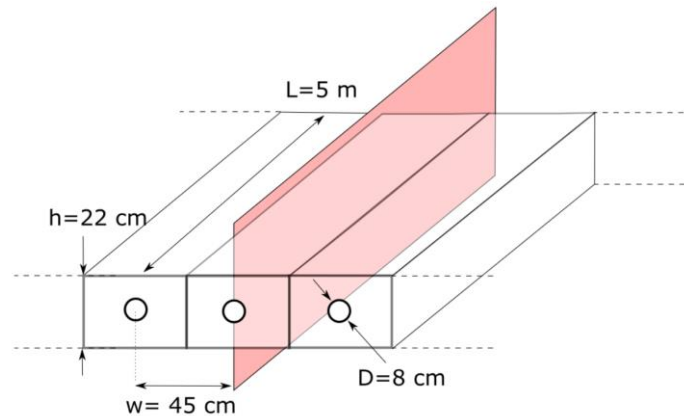


Figure 2 : Représentation de la géométrie du problème simulé et identification d'un plan de symétrie.

Enfin, une condition de continuité du champ de température et d'égalité du flux est appliquée à l'interface entre le domaine solide et l'air circulant dans la gaine. Le coefficient h_c est déterminé par une corrélation classique sur le nombre de Nusselt en conduite (Holman, 1986). Le maillage comporte environ 17.000 éléments en 3D et 100 en 1D.

3. METHODOLOGIE

Le principe consiste à imposer un comportement dynamique aux entrées du modèle, puis d'utiliser le modèle physique pour générer des résultats (appelés données de sorties). La seconde étape consiste à identifier une fonction de transfert qui permette de relier une entrée à une sortie. L'avantage de cette méthode est qu'une fois la fonction de transfert identifiée, il n'est plus nécessaire de passer par le modèle physique et le temps de calcul devient beaucoup plus court. Dans un dernier temps, ces fonctions sont assemblées sous la forme d'une matrice dite modèle d'état.

3.1. DEFINITION DES ENTREES ET SORTIES DU MODELE

En négligeant l'inertie de l'air intérieur, le bilan énergétique du système complet (gaine + salle) comprend deux termes :

$$\dot{Q}_{CTA} + \dot{Q}_c = 0 \quad (2)$$

Avec \dot{Q}_c , les charges du local et \dot{Q}_{CTA} , la puissance de rafraîchissement apportée au système complet par la CTA définie par :

$$\dot{Q}_{CTA} = \dot{m}_a C_{p,a} T_{in} - \dot{m}_a C_{p,a} T_{Env} \quad (3)$$

Avec T_{in} la température de l'air en entrée de dalle et T_{Env} la température de la salle. En faisant maintenant le bilan sur la dalle ventilée uniquement, ce flux peut être décomposé en trois termes : \dot{Q}_S , le flux transmis à la salle par l'air soufflé en sortie de dalle, \dot{Q}_T , le flux transmis par conduction à travers la dalle, et enfin \dot{Q}_a le flux de chaleur stocké dans la dalle.

$$\dot{Q}_{CTA} = \dot{Q}_T + \dot{Q}_S + \dot{Q}_a \quad (4)$$

$$\dot{Q}_S = \dot{m}_a C_{p,a} (T_s - T_{Env}) \quad (5)$$

Avec T_s , la température de l'air en sortie de conduite.

Les quantités à estimer sont le flux transmis et le flux soufflé, qui constituent donc les sorties du système. Ces deux sorties dépendent de la puissance de rafraîchissement, mais la dynamique de leur réponse est différente selon si c'est la température de soufflage qui varie ou bien la température de l'environnement. Les entrées sont donc les deux termes de l'équation (4). Ainsi, le comportement du système sera décrit par 4 fonctions de transfert, qui combinent les deux entrées aux deux sorties :

$$F_{T,T_{in}} = \frac{\dot{Q}_T}{\dot{m}_a C_{p,a} T_{in}} \quad F_{T,T_{Env}} = \frac{\dot{Q}_T}{-\dot{m}_a C_{p,a} T_{Env}} \quad (6)$$

$$F_{S,T_{in}} = \frac{\dot{Q}_S}{\dot{m}_a C_{p,a} T_{in}} \quad F_{S,T_{Env}} = \frac{\dot{Q}_S}{-\dot{m}_a C_{p,a} T_{Env}} \quad (7)$$

3.2. DEFINITION DES SIGNAUX D'ENTREE

La méthode d'identification impose que les signaux soient échantillonnés à une fréquence constante. Par conséquent, le nombre minimum de points N_{min} à analyser est contraint par les fréquences testées.

$$\Delta t_{max} = \frac{1}{2 f_{max}} \quad (8)$$

$$t_{min} = \frac{1}{f_{min}} \quad (9)$$

$$N_{min} = \frac{t_{min}}{\Delta t_{max}} = 2 \frac{f_{max}}{f_{min}} \quad (10)$$

Une étude préliminaire a permis de constater que l'excitation du système s'étend sur l'intervalle de fréquence $[10^{-8} : 10^{-2}]$ Hz. Compte tenu de la contrainte imposée sur N_{min} , le nombre de points à générer devient trop important et excède les capacités du logiciel de simulation. Pour cette raison, l'intervalle de fréquence a été fragmenté pour réduire le nombre de points. Par ailleurs, un travail préliminaire a permis de constater qu'il était pertinent de travailler avec deux types de signaux : le signal de type binaire pseudo-aléatoire (SPAB) et le cosinus à fréquence variable (Chirp).

Le SPAB est un signal qui ne peut prendre que deux valeurs. Le signal est dit de type pseudo aléatoire, car la succession des états hauts et bas n'est pas périodique. L'inconvénient est que le spectre de ce signal n'est pas homogène : les hautes fréquences sont très présentes, mais leur densité énergétique est faible, alors que le spectre du signal ne comporte que peu de basses fréquences. Cela signifie que l'utilisation du signal SPAB favorise l'identification du système aux hautes fréquences et pénalise l'identification aux basses fréquences. Le signal Chirp présente des propriétés contraires à celles du SPAB. Il est obtenu en faisant varier la fréquence d'un cosinus au cours du temps, ce qui permet de mieux maîtriser le spectre du signal d'entrée. L'inconvénient est que le spectre est limité à une faible gamme de fréquence de par le nombre de points nécessaires.

Au final, l'identification combine les deux signaux simultanément, le SPAB étant calibré pour apporter davantage d'informations sur la gamme $[10^{-6} : 10^{-2}]$ Hz et le Chirp sur la gamme $[10^{-8} : 10^{-5}]$ Hz.

3.3. IDENTIFICATION DES COEFFICIENTS DES FONCTIONS DE TRANSFERT

L'identification de la fonction de transfert se fait à l'aide d'une toolbox Matlab sur le principe de la méthode des moindres carrés. La forme de la fonction de transfert est imposée par l'utilisateur, et déterminée à partir de tests préliminaires. Par exemple, la fonction de transfert donnant le flux soufflé lorsque la température T_{Env} varie ($F_{S,T_{env}}$) comporte 2 pôles ($-1/a$ et $-1/b$) et 2 zéros ($-1/c$ et $-1/d$).

$$F_{S,T_{env}}(p) = K \frac{(c p + 1)(d p + 1)}{(a p + 1)(b p + 1)} \quad (11)$$

Il est judicieux de débiter l'identification par le test aux basses fréquences, car celui-ci permet de connaître la valeur du gain statique (K) avec une meilleure précision. Cependant, ce test n'excite qu'un pôle et un zéro, ce qui ne permet qu'une identification partielle.

$$F_{S,T_{env}}(p) = 0.6069 \frac{7.041 \cdot 10^4 p + 1}{4.485 \cdot 10^4 p + 1} \quad (12)$$

Le test aux hautes fréquences est utilisé dans un second temps pour identifier les deux autres coefficients, en forçant les valeurs de ceux identifiés précédemment.

$$F_{S,T_{env}}(p) = 0.6069 \frac{(7.041 \cdot 10^4 p + 1)(1.169 \cdot 10^4 p + 1)}{(4.485 \cdot 10^4 p + 1)(1.114 \cdot 10^4 p + 1)} \quad (13)$$

Il apparaît que les coefficients identifiés en haute fréquence sont très proches, ce qui signifie qu'ils se compensent presque. Ils seront conservés dans ce cas particulier, car ils permettent d'obtenir un gain de 0 dB en haute fréquence, ce qui a du sens physiquement. Ainsi, le comportement du système est déjà bien représenté par des tests aux basses fréquences, et une étude détaillée aux hautes fréquences améliore peu la précision. Le flux calculé sous COMSOL est présenté dans la Figure 3, ainsi que l'erreur commise par la fonction de transfert identifiée (équation (13)). Des résultats similaires ont été obtenus pour les 3 autres fonctions de transfert, hormis pour la fonction de transfert $F_{S,T_{in}}$ qui ne comporte qu'un zéro et deux pôles.

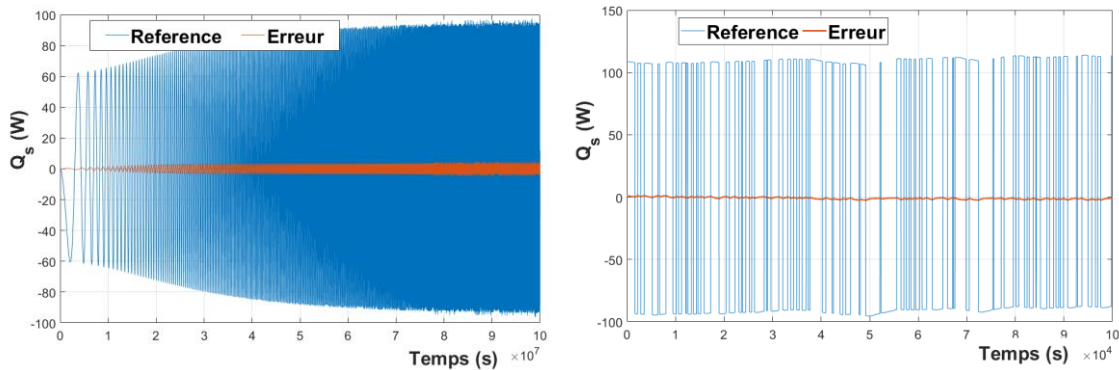


Figure 3 : Flux soufflé Q_s lorsque la température d'environnement T_{Env} varie pour une excitation de type Chirp (gauche) et au SPAB (droite) et erreur commise par la fonction de transfert.

3.4. REPRESENTATION EN MODELE D'ETAT

Dans la réalité, les entrées varient simultanément. Il est donc nécessaire de combiner les fonctions de transfert, ce qui est facilement faisable si la combinaison des entrées est linéaire. Il est possible de donner une représentation matricielle du système physique de la forme suivante, dite modèle d'état.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (14)$$

Avec u un vecteur colonne composé des entrées du système tel que :

$$u = [\dot{m}C_{p,a}T_{in}(t) \quad -\dot{m}C_{p,a}T_{Env}(t)]^T \quad (15)$$

Et y est un vecteur colonne composé des sorties du système, tel que :

$$y = [\dot{Q}_T(t) \quad \dot{Q}_S(t)]^T \quad (16)$$

x est un vecteur colonne composé de plusieurs variables, appelées variables d'état, capables de décrire entièrement l'état dans lequel se trouve le système. A, B, C, D sont des matrices composées de paramètres du système. Plusieurs réalisations canoniques des modèles d'état existent pour un même système physique. En organisant judicieusement les termes, il est possible de proposer un modèle d'état pour lequel les coefficients des matrices A et B proviennent de la décomposition de la fonction de transfert en éléments simples, ce qui en facilite l'interprétation. Ainsi, la taille des matrices (i.e. l'ordre du modèle) dépend directement du nombre de pôles utilisés pour décrire les fonctions de transfert.

3.5. VALIDATION DU MODELE D'ETAT

Pour valider le modèle de substitution, les deux entrées sont excitées simultanément en suivant une dynamique différente de celle utilisée pour l'identification du modèle. Les données utilisées sont des mesures de température faites dans un bâtiment tertiaire de la région de Mulhouse et équipé du GreenFloor®. La séquence expérimentale s'étend sur 32 jours en mi saison et les résultats sont présentés dans la Figure 4. Les flux présentés dans la Figure 5 sont ceux obtenus avec le modèle de référence (i.e. COMSOL). Le comportement du modèle d'état étant très proche, seule l'erreur commise a été tracée.

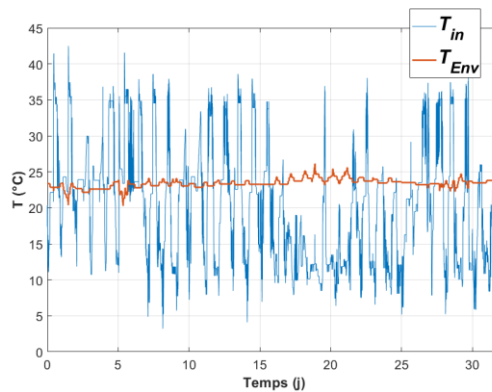


Figure 4 : Signaux d'entrée appliqués pour la validation du modèle

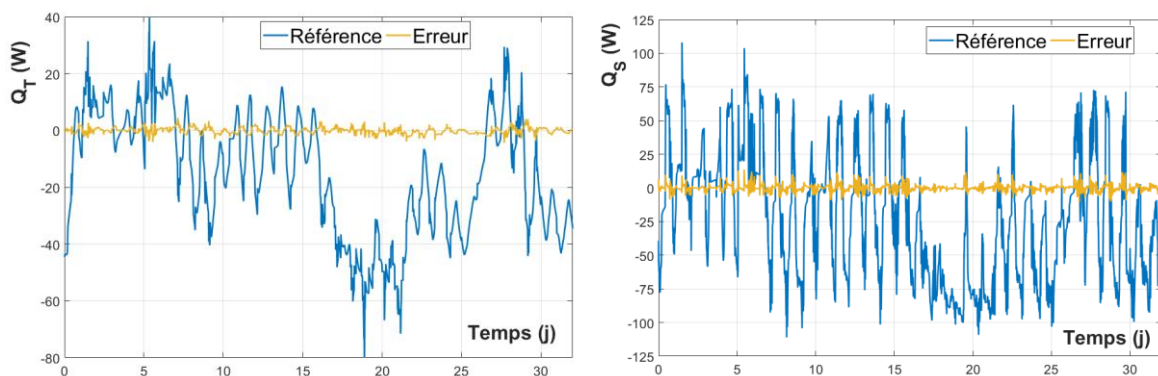


Figure 5 : Flux transmis (gauche) et soufflé (droite) et erreur commise par le modèle d'état pour un système à 9 gaines.

L'erreur moyenne du modèle d'état est inférieure à 0,1 W. Elle reste comprise, à 95%, dans un intervalle ± 2 W et ± 4 W pour les flux transmis et soufflé respectivement, dont la moyenne des valeurs absolues est légèrement supérieure à 20 et 40 W respectivement. Rappelons ici que la simulation en

porte que sur $1/9^{\text{ème}}$ de la surface totale du plafond. Le temps de calcul pour obtenir les résultats du modèle de référence est de plus de 17h30, mais il est inférieur à la seconde pour le modèle de substitution. Ces différents résultats illustrent la pertinence de cette méthode dans le cas de la modélisation d'un système du type GreenFloor®.

4. INFLUENCE DU NOMBRE DE GAINES

La démarche est répétée pour plusieurs échangeurs similaires afin de tester l'influence du nombre de gaine. Afin de faciliter la comparaison, nous proposons de conserver constants le débit et la section totale des gaines. La conséquence est que la vitesse d'air dans les gaines ainsi que la surface de plafond (5×4.05) m^2 restent constantes, alors que le diamètre des gaines et leur espacement varie. Quatre échangeurs supplémentaires ont été testés (pour 3, 6, 12 et 15 gaines). La démarche a mené à des formes de fonctions de transfert identiques, mais dont les valeurs des gains statiques, pôles et zéros varient.

Le diagramme de Bode permet de donner une comparaison graphique des fonctions de transfert, dont seul le diagramme de gain sera présenté dans cet article. Le gain G (en décibels) est défini dans le régime harmonique permanent comme $20 \log$ du ratio de l'amplitude du signal de sortie sur celui d'entrée., et également à $20 \log$ du module de la fonction de transfert. L'échelle des abscisses représente ici la période du signal en jours. Les diagrammes des 4 fonctions de transfert sont présentés dans la Figure 6 et la Figure 7.

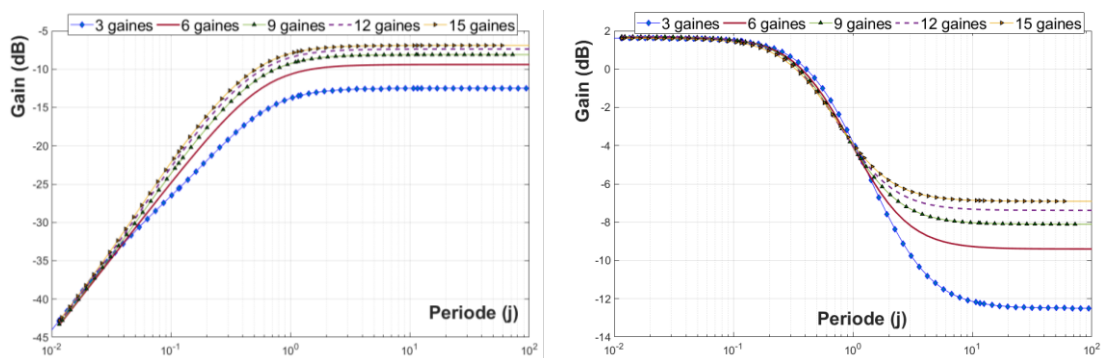


Figure 6 : Diagramme de Bode du flux transmis Q_T en fonction de la température en entrée T_{in} (gauche) et de la température d'environnement T_{env} (droite)

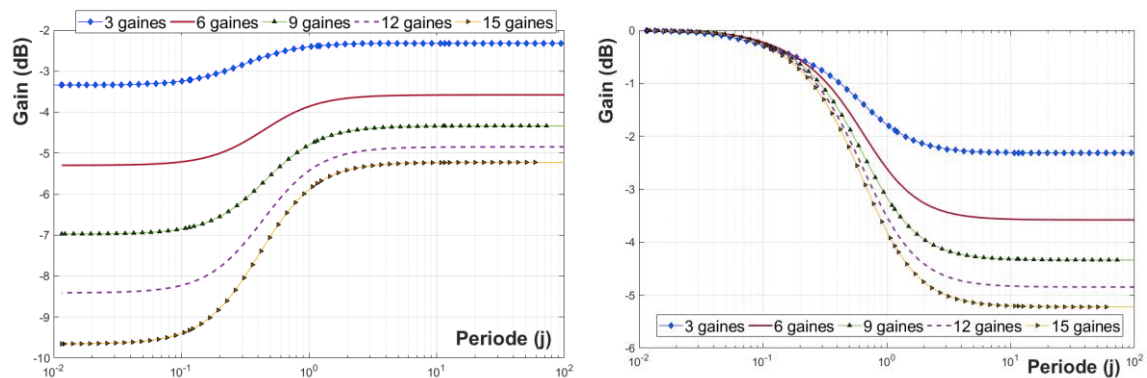


Figure 7 : Diagramme de Bode du flux soufflé Q_S en fonction de la température en entrée T_{in} (gauche) et de la température d'environnement T_{env} (droite)

Le gain statique de chaque fonction de transfert peut être interprété comme la fraction du flux (transmis ou soufflé) par rapport au flux entrant dans la gaine (fonction de T_{in}) lorsque le système a

atteint le régime permanent. Il correspond graphiquement à la valeur du gain lorsque la période devient grande ($>10^1$ jours ici). Il apparaît qu'en régime permanent la fraction du flux soufflée prédomine sur celle transmise mais que cet écart se réduit avec le nombre de gaines.

Les réponses aux excitations rapides de T_{Env} deviennent identiques lorsque la période de l'excitation est inférieure à 10^{-1} jours, et ce à quel que soit le nombre de gaines. Le comportement en filtre passe-bas du flux transmis Q_T en fonction de la température d'entrée T_{in} signifie que des variations trop rapides de T_{in} n'ont aucun impact sur le flux transmis. Physiquement, le flux de chaleur est absorbé puis réémis par la couche de béton sur une épaisseur inférieure à celle de la dalle. Ce flux correspond au terme \dot{Q}_a dans l'équation (4).

Enfin, le gain change significativement pour deux périodes particulières (délimitées par les constantes de temps). La première se situe dans l'intervalle $[10^{-1} : 1]$ jours, et la seconde dans l'intervalle $[10^{-1} : 10^1]$ jours. Ces constantes de temps correspondent aux inverses des pôles et zéros du système.

5. CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Cette étude porte sur la modélisation d'une dalle ventilée utilisée pour climatiser un bureau. L'approche présentée dans ce document repose sur l'identification de fonctions de transfert, technique permettant de résoudre les équations différentielles linéaires, et donc bien adaptée aux problèmes de thermique. La méthode consiste à simuler le comportement de l'échangeur pour des sollicitations de chacune des entrées, prises séparément. Les fonctions de transfert sont ensuite combinées sous la forme d'un modèle d'état afin de calculer la réponse du système. Cette méthode s'est révélée efficace lorsque la température en entrée de gaine et la température du local varient simultanément en suivant des sollicitations réalistes. Le modèle de substitution sera donc utilisé à court terme pour tester plusieurs solutions de contrôle. La méthode a été ensuite étendue à 4 autres échangeurs similaires, dont la répartition du volume alloué aux gaines de ventilation varie. La comparaison des fonctions de transfert permet de quantifier l'influence de ce choix de conception sur la répartition des flux soufflés / transmis et les constantes de temps du système. Les perspectives de ce travail sont d'intégrer ce modèle de dalle ventilée dans un calcul dynamique du bilan énergétique de la pièce. Ainsi, la température de la pièce située sous la dalle T_{Env} deviendrait une variable et il serait possible de proposer un contrôle pertinent de la température en entrée de dalle T_{in} pour des scénarios d'occupation réalistes.

6. BIBLIOGRAPHIE

- Estrada, Emanuel, Matthieu Labat, Sylvie Lorente, et Luiz A.O. Rocha. 2018. « The Impact of Latent Heat Exchanges on the Design of Earth Air Heat Exchangers ». *Applied Thermal Engineering* 129 (janvier): 306-17. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.10.007>.
- Holman, J.P. 1986. *Heat Transfer*. McGraw-Hill.
- Li, Anbang, Yongjun Sun, et Xinhua Xu. 2017. « Development of a Simplified Resistance and Capacitance (RC)-Network Model for Pipe-Embedded Concrete Radiant Floors ». *Energy and Buildings* 150 (septembre): 353-75. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2017.06.011>.
- Romaní, Joaquim, Alvaro de Gracia, et Luisa F. Cabeza. 2016. « Simulation and Control of Thermally Activated Building Systems (TABS) ». *Energy and Buildings* 127 (septembre): 22-42. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2016.05.057>.
- Viot, H., A. Sempey, L. Mora, J.C. Batsale, et J. Malvestio. 2018. « Model Predictive Control of a Thermally Activated Building System to Improve Energy Management of an Experimental Building: Part I— Modeling and Measurements ». *Energy and Buildings* 172 (août): 94-103. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2018.04.055>.